O RACIOCÍNIO LÓGICO DEDUTIVO EM ATIVIDADES DE GEOMETRIA: UMA INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO ENSINO BÁSICO

The logical reasoning in geometry activities: a research with students from Elementary Education

Márcio André Martins [prof.mmartins@gmail.com]
Samuel Francisco Huf [samuelfhuf@gmail.com]
Élida Maiara Velozo de Castro [elidamaiara.vc@gmail.com]
Cibelli Batista Belo [cibellibatistabelo@gmail.com]
Universidade Estadual do Centro-Oeste
Rua Simeão Camargo Varela de Sá, 03, Vila Carli, Campus Universitário Cedeteg, 85.040-080, Guarapuava – PR

Resumo

Considera-se o desenvolvimento de abordagens pedagógicas com o objetivo de identificar raciocínios silogísticos na obtenção de conclusões e na detecção de falácias ou incoerências, com três grupos de estudantes – com a Educação Infantil, com os anos finais do Ensino Fundamental e com o Ensino Médio. O contexto educacional pesquisado foi o ensino da Geometria, considerando as habilidades de discriminação visual, memória visual e a decomposição de campo. A investigação seguiu a perspectiva qualitativa por meio de observação participante, norteada pela questão: o que se mostra sobre o raciocínio dedutivo no estudo da Geometria? Os resultados evidenciam a ocorrência de regras de inferência lógica, o desenvolvimento de argumentações baseadas em afirmação (*Modus Ponens*), negação (*Modus Tollens*) e transitividade (*Silogismo Hipotético*).

Palavras-chave: Raciocínio lógico; Silogismos; Ensino de Geometria.

Abstract

It takes into account the development of pedagogical approaches in order to identify the syllogistic reasoning in achieving results and detection of fallacies or inconsistencies with three student groups; they are: Primary school, final grades of elementary school education and high school. The educational context researched has been teaching geometry, considering the skills of visual discrimination, visual memory and the whole division into parts. The research followed the qualitative perspective (quality point of view) through participant observation, followed by the question: what is shown about logical reasoning in teaching geometry? The results highlight the ocurrence of rules of logical inference, the development of arguments based on statement (Modus Ponens), denial (Modus Tollens) and transitivity (Syllogism Hypothetical).

Keywords: Logical Reasoning; Syllogisms; Teaching Geometry.

Introdução

Como ponto de partida considera-se a experiência docente na construção do conhecimento matemático, que tem como base a necessidade de metodologia apoiada na composição do raciocínio próprio do estudante, visando à elaboração de proposições abstratas e ao desenvolvimento do raciocínio formal – lógico e dedutivo, característico da Matemática. Neste sentido, assume-se que "ser alfabetizado em Matemática é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de Aritmética, Geometria e Lógica" (Danyluk, 1988, p.58).

Cabe ressaltar, aqui, que a expressão "desenvolvimento do raciocínio lógico matemático" é corriqueira no âmbito do Ensino de Matemática. Porém, na literatura vigente nessa área, não são comuns os trabalhos que evidenciam aspectos inerentes à elaboração deste raciocínio, por estudantes, e, sobretudo, com o emprego e utilização do Método Dedutivo em aulas de Matemática do Ensino Básico (De Alencar Filho, 2002). Entretanto, isto pode representar um fator importante ao desenvolvimento esperado.

Não se trata de propor um Curso de Lógica Matemática, nos moldes do Ensino Superior em Ciências Exatas, mas em contemplar tal Método no trabalho com a Aritmética e com a Geometria em nível Infantil, Fundamental e Médio. Os textos de Da Ponte; Mata-Pereira; Henriques, (2012) e Scolari; Bernardi; Cordenonsi (2007) são exemplos de atividades desta natureza, isto é, que visam estabelecer esta correlação entre o raciocínio dedutivo e o trabalho com a Matemática do Ensino Básico.

O presente trabalho está inserido nessa perspectiva e busca identificar potencialidades e evidências do Método Dedutivo no Ensino da Geometria. Nesse encalço foram delimitadas três situações de aprendizagem: a primeira com a Educação Infantil, a segunda nos anos finais do Ensino Fundamental e a terceira com o Ensino Médio. A metodologia da investigação esteve assentada nos preceitos da Pesquisa Qualitativa em Educação, que é detalhada na continuidade deste texto assim como os fundamentos e os resultados alcançados.

Sobre a Lógica Matemática e o Método Dedutivo

A Lógica Matemática tem origem há milhares de anos, entre os primeiros trabalhos está a coleção de regras para o Raciocínio Dedutivo, estipulada por Aristóteles em aproximadamente 350 a.C. As ideias de Aristóteles foram base para que muitos outros pensadores pudessem contribuir na construção da lógica moderna. Como principais colaboradores podem ser citados: Leibniz, Boole e Morgan que propuseram as bases da lógica simbólica moderna (Maria & D'ottaviano, 2003).

De acordo com De Souza (2008, p.5) a Lógica pode ser entendida como "o estudo da natureza do raciocínio e as formas de incrementar sua utilização" e depende da verificação de proposições. Uma proposição é um conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo, norteado por dois princípios fundamentais: (1) Princípio da não contradição – uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo; e (2) Princípio do terceiro excluído – toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro (De Alencar Filho, 2002).

Com a associação de proposições surgem os chamados 'silogismos', que caracterizam o Método Dedutivo. Silogismo é um tipo de raciocínio no qual determinadas proposições são afirmadas (premissas) e com isso, segue-se inevitavelmente outra afirmativa, a conclusão. São tomadas duas premissas e uma conclusão é obtida a partir delas. Entre os silogismos estão o *Modus Ponens* (Modo de Afirmação) e o *Modus Tollens* (Modo de Negação). O *Modus Ponens* ocorre quando a premissa p e a conclusão q são expressas na forma afirmativa, ou seja, p implica (ou acarreta) q; p ocorre, ou é válida, portanto conclui-se a validade de *q*. Já o *Modus Tollens* – modo de negação – pode ser sintetizado como: *p* acarreta em *q*; não ocorre *q*, portanto *p* também não ocorre, ou seja, *p* é falsa (Meira *et al*., 1993). Outro raciocínio que faz parte da base do Cálculo Proposicional é o Silogismo Hipotético, conhecido como 'Regra de Transitividade' – com três proposições, *p*, *q* e *r*, se *p* possui uma relação direta (*) com *q*, e *q* se relaciona, analogamente, com *r*, conclui-se que *p* também possui esta relação com *r* (De Alencar Filho, 2002).

Durante o desenvolvimento da lógica moderna os silogismos foram representados em símbolos, com o intuito de esquematizar o pensamento dedutivo e evitar falácias – que são conclusões equivocadas baseadas em premissas válidas. Entre esses símbolos estão os conectivos: de disjunção, representado por '∨', que significa o termo 'ou'; o conectivo de conjunção 'e', representado pelo símbolo '∧'; a negação, associada ao símbolo '~'; a condicional – se, então – representada por '→'; e a bicondicional – se, e somente se – com a simbologia '↔'. Sobre esses, seus valores lógicos dizem respeito a associação em que são consideradas duas premissas, *p* e *q*, e que dão origem ao chamado 'Cálculo Proposicional', que é a essência do Método Dedutivo (De Alencar Filho, 2002).

No âmbito do Ensino da Matemática, o Método Dedutivo pode ser explorado em nível elementar visando à identificação e a compreensão de estruturas de pensamento envolvidas no estudo dos conteúdos da disciplina. Dentre essas estruturas estão a capacidade de organização das ideias, a formalização de conceitos, a generalização, e o estabelecimento de contra argumentações. Neste sentido os raciocínios de afirmação (*Modus Ponens*), negação (*Modus Tollens*) e transitividade (Silogismo Hipotético) devem ser investigados.

Com esse propósito, o texto intitulado no "Desenvolvimento do raciocínio lógico e educação: um estudo com crianças de 4 a 6 anos", Tineli (2006) baseou-se nos raciocínios silogísticos para analisar as conclusões de 14 crianças com idade entre 4 e 6 anos. Em seus resultados, consta a correlação entre o pensamento lógico estruturado e a idade das crianças estudadas. Da Ponte *et al.* (2012) analisaram raciocínios silogísticos com estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental e do 2º Ano do Ensino Superior e obtiveram conclusões semelhantes, isto é, a capacidade de elaborar raciocínios silogísticos é evidenciada em alunos do Ensino Superior. Neto (2008) explorou a composição de raciocínios silogísticos, com um grupo de estudantes do Ensino Médio, com a utilização de um *software* que cria tabuleiros a partir de proposições (cálculo proposicional), e constatou que o *Modus Ponens* é mais utilizado e compreendido pelos estudantes do que o *Modus Tollens*. Scolari *et al.* (2007) propuseram a utilização de objetos virtuais de aprendizagem, que tem como base a metodologia da Resolução de Problemas, para analisar o raciocínio lógico dos estudantes de uma turma do Ensino Fundamental, do Ciclo II, e analogamente identificaram a compreensão e utilização, somente, do *Modus Ponens*.

As investigações relativas ao raciocínio lógico dedutivo em situações de aprendizagem podem ser conduzidas com base no Método Dedutivo. A essência é a identificação das regras e/ou formas de raciocínio e argumentação utilizadas pelos estudantes durante a resolução de situações problema, assim como na elaboração de conceitos e generalizações.

Sobre o Ensino da Geometria

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (Brasil, 1998, p. 86) pregam que "os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria". Com esse princípio o professor precisa desenvolver atividades que estimulem e permitam o desenvolvimento do raciocínio dedutivo. Para Barbosa (2003, p. 4) "[...] tais atividades não só são importantes para o desenvolvimento da intuição espacial e de habilidades para visualizar, interpretar e construir, como têm relação com a formação do pensamento geométrico dedutivo".

Esse pensamento/raciocínio dedutivo é desencadeado pela argumentação, entre os estudantes e professor, estimulando a capacidade de comunicar, argumentar, contra argumentar e interpretar ideias (Silva, 2012). Embora, Almouloud *et al*. (2006) destacam que esta postura não é uma realidade na formação docente brasileira, acredita-se que o estudo do Método Dedutivo possa trazer contribuições significativas para o ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

Os PCN orientam que no Ensino Fundamental os alunos já sejam preparados para aprender conceitos de Geometria, que devem ser construídos com os estudantes a partir de experiências concretas e interativas (Brasil, 1998). Entre os principais conceitos estão os polígonos, os quadriláteros, os quadrados e os poliedros. Polígonos "são formas geométricas planas cujo contorno é fechado e formado por segmentos de reta que não se cruzam" (Souza e Pataro, 2012, p.132); quadrilátero é "a figura formada pela união de quatro segmentos AB, BC, CD e DA, denominados lados ou arestas, em que os quatro pontos A, B, C e D, denominados vértices, não são colineares três a três" (Machado, 2012, p. 105), e são decorrentes as definições de retângulo e quadrado. "Um quadrilátero cujos ângulos são todos retos é um retângulo. Se, além disso, os lados são todos congruentes entre si, o quadrilátero é um quadrado" (Machado, 2012, p. 107). Sobre poliedro, admite-se como "sólido limitado por polígonos planos, de modo que: dois desses polígonos não estão num mesmo plano; cada lado de um polígono é comum a dois e somente dois polígonos" (Giovanni e Bonjorno, 2005, p. 248).

Em se tratando da Educação Infantil, a concepção de Lorenzato (2008) assume a geometria da 'observação de objetos' envolvendo: a discriminação visual, que corresponde à percepção de semelhanças ou diferenças entre objetos; a memória visual – habilidade de lembrar-se daquilo que não está visível; e a decomposição de campo – isolamento do campo visual em subpartes, ou focalização da parte no todo. Essas percepções podem ser abordadas em situações lúdicas, com a presença do Método Dedutivo, que visem à identificação de semelhanças, diferenças, classificação e conceituação de formas e objetos geométricos.

No texto "Orientações curriculares para a educação pré-escolar" (Educação, 1997) são encontradas as sugestões:

> […] *comparação e nomeação de tamanhos e formas, designação de formas geométricas, distinção entre formas planas e em volume e, ainda, comparação entre formas geométricas puras e objetos da vida corrente. Também o desenho e outras formas de representação de percursos são meios de compreender relações topológicas* (p.76).

Da metodologia

A investigação realizada segue a perspectiva qualitativa-interpretativa, este processo "reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra" (Bogdan e Biklen, 1994 p.51). Mais precisamente, enquadra-se em no estudo de caso e cuja coleta dos dados baseou-se nas orientações da observação participante e na produção escrita dos estudantes. Segundo Pearsall (1965), a observação participante possibilita a obtenção de informações detalhadas junto aos sujeitos pesquisados, com o envolvimento direto do pesquisador.

O campo de estudo foi composto por uma turma de Educação Infantil, uma turma dos anos finais do Ensino Fundamental e uma turma de Ensino Médio, com intervenções em sala de aula. As atividades, uma em cada turma, foram desenvolvidas com a finalidade de identificar as estruturas de raciocínio lógico dedutivo envolvidas. Neste sentido, foram investigados os silogismos: *Modus Ponens* – afirmação; *Modus Tolens* – negação – e o Silogismo Hipotético – transitividade.

Durante a realização, buscou-se que os estudantes expressassem seus conhecimentos sobre a natureza das formas, associando características para afirmar, negar ou relacionar suas conclusões. Cada atividade foi desenvolvida no decorrer de quatro aulas de cinquenta minutos. Os dados foram registrados em áudios, textos, vídeos e fotos.

Das intervenções pedagógicas

Foram desenvolvidas atividades com estudantes em nível Infantil, Fundamental e Médio, conforme a descrição seguinte.

Da experiência com os estudantes da Educação Infantil

O cenário experienciado consistiu de uma turma com 10 alunos do Pré I, com idade entre 4 e 5 anos, em uma escola pública no Município de Irati-PR. Como primeira ação, cada aluno recebeu um quadro com a imagem apresentada na Figura 1. A partir desta, foram desencadeadas discussões e interações.

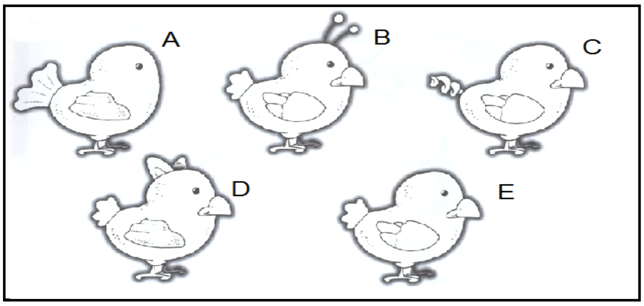

Figura1. Atividade 1 com estudantes da Educação Infantil.
Fonte: Adaptado de http://ensinr-aprender.com.br/wp-content/uploads/2011/04/atividades-matematicas-ensinar-aprender00-2.jpg

A primeira ação consistiu da construção conjunta da Premissa *p.* Ao estabelecer esta premissa a professora buscou contemplar a 'memória visual' (Lorenzato, 2008) das crianças. *p*: um pintinho tem bico, pena, asa, pés e rabo.

A partir de *p*, e com a Figura 1, foram acionadas as capacidades de 'discriminação visual' e de 'decomposição de campo' (Lorenzato, 2008), como exemplificado na sequência.

Professora: qual é um pintinho?

Aluno 1: (E) é um pintinho.

Professora: porque é um pintinho?

Aluno 1: porque ele não tem orelha.

Professora: e o pintinho tem orelha?

Aluno 1: não.

Ao Aluno 1 foi solicitado que mostrasse qual era o 'pintinho', ele então apontou para o quinto desenho (E). Um possível entendimento é que, na concepção deste aluno, 'não ter orelha' era uma condição suficiente para afirmar que o desenho (E), que ele estava se referindo, correspondia a um pintinho. De acordo com o Método Dedutivo, a estrutura lógica é posta como: *to – ter orelha; p – pintinho;* $\sim to \rightarrow p$ *"se o desenho* (E) *não tem orelha então é um pintinho".* Percebe-se aqui uma falácia, ou seja, uma tentativa de construção de argumentação que possui falhas na elaboração lógico dedutiva – obtenção de conclusão falsa a partir de premissa verdadeira. O correto, em termos silogísticos, seria: $p \rightarrow \sim to$ (se é pintinho então não tem orelha); $\sim to$ (não tem orelha); se tem orelha portanto não é um pintinho. Embora inconsistente, o desenvolvimento do Aluno 1 desencadeou a discussão entre a turma acarretando a conclusão baseada em *Modus Tollens* (negação) – (Premissa 1) $p \rightarrow \sim to$, (Premissa 2) *to;* (Conclusão) $\sim p$.

O Aluno 1 foi então questionado se apenas por não ter orelha já poderia afirmar que se tratava de um 'pintinho', e porque os outros não eram pintinho? Justificou: "*este tem rabo de peixe, esse tem antena, rabo de porco, e orelha de gato*". O aluno observando as outras imagens afirmou que, realmente, o desenho (E) (Figura 1) era um 'pintinho'. Porém, não percebeu que *p* não foi satisfeita devido ao rabo de coelho. Para o aluno, segundo a sua descrição verbal, pode-se ainda representar o raciocínio envolvido como: *b* – tem bico; *a* – tem asa; *p* – pintinho; $b \wedge a \rightarrow p$ *"se tem bico e asa, então é um pintinho".* Entretanto, novamente há uma falácia.

Com o Aluno 2, em princípio, não foi possível identificar a habilidade de decomposição de campo, como pode ser observado no diálogo transcrito na sequência:

Professora: o que são estes?

Aluno 2: o qual?

Professora: estes desenhos (apontando para todos, Figura 1) aqui o que são? O que você acha ?

Aluno2: pintinhos.

Então, a professora indagou (aqui o campo é particionado):

Professora: pintinhos? E tem algum que você acha que não é um pintinho?

Aluno 2: esse daqui (apontando para a Figura 1, item C).

Professora: por quê?

Aluno 2: porque ele tem rabo de porco (focalização da parte).

O Aluno 2 percebeu que a premissa não foi respeitada, pois para ser pintinho não poderia ter 'rabo de porco'. Em símbolos, o silogismo aqui identificado pode ser posto como: *p* – pintinho; *r* – possui rabo de porco; $p \rightarrow \sim r$ (se é pintinho então não tem rabo de porco); *r* (possui rabo de porco); portanto, por *Modus Tollens* (modo de negação) conclui-se $\sim p$, ou seja, que não é um pintinho. Embora esteja implícito, há a composição de um raciocínio lógico dedutivo estruturado e consistente, em termos de premissa e regra de inferência, que permite uma conclusão válida com base em um silogismo.

Sobre a Figura 1, inicialmente, a maioria das crianças afirmaram que os desenhos eram de 'pintinhos'. Porém, quando questionados se tinham certeza da resposta, mostravam-se desestabilizados. Nesta situação, um aluno, mais atento, afirmou que nenhum era pintinho. Apenas um, dos dez alunos, (Aluno 3) conseguiu desenvolver completamente o raciocínio com argumentos logicamente estruturados e verdadeiros, de acordo com o Método Dedutivo.

Professora: Por que? Qual não é um pintinho?

Aluno 3: Todos! Esse daqui (apontando para a figura E), porque ele não se parece com um pintinho porque ele tem um rabo de coelho [sic]. Esse (mostrando a Figura 1, item D), *não é um pintinho porque ele tem orelha de gato. Esse daqui* (Figura 1, item A) *porque que ele tem rabo de peixe. Esse* (Figura 1, item A), *tem uma mão do peixe* (aqui alguns alunos que ouviram, questionaram se peixe tem mão? Mas, o aluno continuou o raciocínio desconsiderando os comentários). *E esse porque ele tem antena de borboleta* (Figura 1, item B).

Em símbolos, para o Aluno 3, o raciocínio lógico dedutivo desenvolvido pode ser representado por: *rp* – possui rabo de peixe; *rpo* – possui rabo de porco; *rc* – possui rabo de coelho; *an* – possui antena; *b* – possui bico; *p* – é um pintinho. E, a estrutura silogística empregada consiste basicamente da regra *Modus Tollens* (Quadro 1).

Quadro 1. *Modus Tollens* identificado com o Aluno 3.

Expressão verbal	Representação lógica dedutiva
Não é um pintinho porque ele tem um rabo de peixe	$rp \rightarrow \sim p$
Não é um pintinho porque ele tem um rabo de coelho	$rc \rightarrow \sim p$
Não é um pintinho porque ele tem antena	$an \rightarrow \sim p$
Não é um pintinho porque ele tem um rabo de porco	$rpo \rightarrow \sim p$
Não é um pintinho porque ele não tem bico	$\sim b \rightarrow \sim p$

Fonte: Os autores

Neste caso, o Aluno 3 afirmou que bastava que uma dessas características ocorresse para que a conclusão fosse $\sim p$ (não é um pintinho), *"se tiver rabo de peixe ou rabo de porco ou rabo de coelho ou antena ou não tiver bico, então não é pintinho"*.

$$rp \vee rc \vee an \vee rpo \vee \sim b \rightarrow \sim p \qquad (1.)$$

Cuja equivalência, do Cálculo Proposicional, Contraposição,

$$p \rightarrow \ \sim(\sim rp \wedge \sim rc \wedge \sim an \wedge \sim rpo \wedge \sim b) \qquad (2.)$$

Alguns alunos afirmaram que não era 'um pintinho' e sim uma borboleta, ou um peixe, ou um porco. No entanto, ao acionar a memória visual, a professora questionou a afirmação, e concluíram a falsidade das proposições.

Constatou-se, entretanto que, as crianças que elaboraram respostas consistente possuem 5 anos completos, e logo farão 6. Conforme Aragão (2010), o raciocínio lógico-dedutivo se manifesta quando a criança usa atributos de objetos, sua textura, forma, sem ter que apalpá-lo apenas pelo que conhecem, "evidenciando já poder usar de certo raciocínio abstrato, mentalizado, na ausência de objetos" (p.16). Porém, com a atividade proposta, observou-se que as crianças com 5 anos, recém completados, já conseguem fazer associações entre a imagem e a realidade, isto é, são capazes de criar uma premissa e julgar se a associação (silogismo) com uma determinada característica (proposição) é verdadeira ou não (conclusão), baseada na sua realidade (conhecimentos prévios).

Da experiência com estudantes do Ensino Fundamental

Esta atividade foi desenvolvida com estudantes do 7º. Ano do Ensino Fundamental, em um Colégio da rede pública, no interior do município de Cantagalo-Pr. Foram identificados conhecimentos prévios acerca dos polígonos. Tais conhecimentos, na concepção ausubeliana[1], são de fundamental importância nos processos de ensino e aprendizagem. "O fator singular que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isso e ensine-o de acordo" (Ausubel, Novak e Hanesian, 1980, p.137).

Buscou-se despertar nos alunos os conhecimentos inerentes ao ente geométrico 'quadrado', com um olhar atento para as relações lógicas que se apresentariam. Considerou-se uma abordagem em formato de desafio com o intuito de motivar o interesse dos estudantes, "[...] deve-se procurar alternativas para aumentar a motivação na aprendizagem desenvolvendo a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas" (Oliveira, 2007, p. 5).

Considerou-se então a 'questão desafio': com os pontos ilustrados na Figura 2, quando unidos por segmentos de reta, é possível formar quadrados? Com base nesses pontos, indique e/ou represente-os.

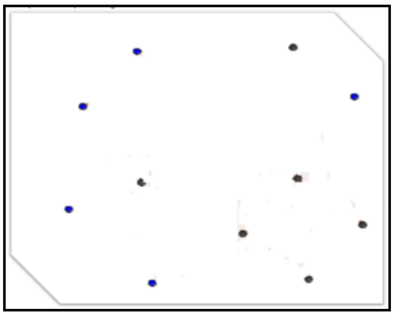

Figura 2: Localização de pontos para formar quadrados.
Fonte: Os autores.

Dentre as justificativas apresentadas pelos estudantes, diante das diversas representações construídas a partir da Figura 2, constaram:

Maior parte dos alunos – É um quadrado por ter todos os lados iguais [sic].

Aluno A: É um quadrado porque tem quatro lados [sic].

Aluno B: É um quadrado porque tem quatro lados iguais [sic].

Aluno C: É um quadrado porque tem quatro cantos e do mesmo tamanho [sic].

Aluno D: É um quadrado porque são quatro pontos ligados por quatro retas [sic].

Na elaboração de uma resposta consistente foram construídas coletivamente as premissas: pi – polígono de quatro lados iguais (de mesma medida); ar – ângulos retos, ou seja, q – pi ^ ar , quadrado é um polígono que possui quatro lados de mesma medida e quatro ângulos retos. Foram identificadas ainda as proposições: pl – polígono de quatro lados (quadrilátero); r – retângulo, quadrilátero que possui somente ângulos retos.

Então, foram abordados contraexemplos, com desenhos de outros polígonos, valorizando-se os questionamentos e as interações dos estudantes. Professor: – desenha um pentágono e um

[1] Teoria da aprendizagem significativa de **Ausubel.**

hexágono regulares com o objetivo de esclarecer a resposta dada pela maioria dos estudantes – O que vocês estão vendo é um quadrado? Aluno A: não professor, quadrado tem que ter quatro lados [sic]. Demais alunos: – concordam que a resposta de ter todos os lados iguais não é suficiente. Nesta interação, embora de maneira implícita, constatou-se a argumentação por negação, Modus Tollens, isto é, com as premissas q, pl tem-se: (q → pl) ^ ~pl → ~q, se é um quadrado então é um polígono de quatro lados, portanto se não possui quatro lados não é um quadrado (Aluno A [sic]). Com a socialização do raciocínio, em plenária, os estudantes identificaram que: quadrado é um polígono de quatro lados; logo, 'possuir lados iguais', não caracteriza suficientemente um quadrado. Ainda, com o intuito de explorar a argumentação apresentada, o professor desenhou um retângulo na lousa.

Professor: E agora esta figura tem quatro lados, portanto é um quadrado?

Aluno B: Não, além de serem quatro lados, estes devem ser de mesma medida.

Aluno E – desenha um losango e afirma – mas esta figura tem quatro lados iguais e não é um quadrado.

Professor: Alguém sabe o que mais é necessário para um polígono ser um quadrado?

Aluno C: é o que eu escrevi – os cantos devem ser do mesmo tamanho [sic].

Professor: Qual o nome dado a esse 'canto' nas figuras geométricas [sic]? Já estudamos esse ano [sic] – os alunos então afirmaram lembrar dos 'ângulos'.

Professor – apontando as figuras do retângulo, do pentágono e do hexágono desenhadas pergunta: os ângulos serem de mesmo tamanho é uma característica do quadrado [sic]?

Alunos (após interações): "ah, agora sim" para ser um quadrado é necessário que a figura tenha os quatro lados iguais e os ângulos devem ser retos (de 90 graus). De maneira simbólica, os silogismos identificados foram:

pi ^ ar → q, "Se um polígono tem quatro lados iguais e os ângulos retos, então é um quadrado";

q → r, "Se é quadrado então é retângulo, mas se é retângulo pode não ser quadrado";

pl ^ ar → r, "Se o polígono tem quatro lados e os ângulos retos, então é um retângulo".

Com base no conceito construído pelos estudantes, o professor projetou a Figura 2 no quadro e, colaborativamente identificaram os quadrados representados na Figura 3.

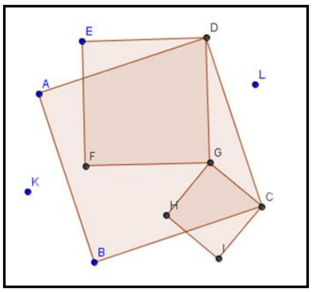

Figura 3: Quadrados formados com os pontos dados.
Fonte: Os autores

Sobre a estrutura do raciocínio lógico dedutivo dos estudantes durante a construção integrada do conceito e da sua representação gráfica, foi possível identificar: *Modus Ponens*, *Modus Tollens*, conjunção, condicional e bicondicional. Embora esses elementos não estivessem descritos formalmente, foram inerentes às argumentações registradas.

Da experiência com o Ensino Médio

Esta atividade foi desenvolvida com 40 estudantes do 2ª. Ano do Ensino Médio, em um Colégio da rede pública estadual do município de Guamiranga-PR, os quais já apresentavam conhecimentos prévios acerca de polígonos e poliedros. Foi necessária a confecção de um material referente a planificação de três sólidos: um prisma paralelepípedo de base retangular; um prisma paralelepípedo oblíquo tendo como base um losango; e um paralelepípedo de base quadrangular (hexaedro regular, ou cubo).

No intuito de identificar, nos estudantes, estruturas de raciocínio lógico dedutivo durante o reconhecimento de um cubo, a escolha desses três poliedros justifica-se por possuírem características comuns (Quadro 2). Como primeira ação, a turma foi dividida em três grupos, sendo que cada grupo ficou responsável por um sólido. A partir disso, identificaram os elementos dos sólidos construídos (faces, arestas, vértices e quantidades) e pesquisaram o nome de cada um.

Quadro 2. Principais diferenças e semelhanças entre os prismas e o cubo.

	Semelhanças com o Cubo	**Diferenças com o Cubo**
Prisma / Paralelepípedo de base retangular	6 faces, cada face com 4 lados e 4 ângulos de 90º; 8 vértices; 12 arestas; Diagonais congruentes.	Medida das arestas.
Prisma / Paralelepípedo de base losangular	6 faces, cada face com 4 lados; todos os lados congruentes; 8 vértices; 12 arestas.	Ângulos das faces. Medida das diagonais.

Fonte: os autores.

Esse reconhecimento possibilitou perceber que a maioria dos estudantes identifica primeiramente a forma da figura que compõe a face.

Aluno X: Esse é um quadrado – referindo-se ao cubo.

Professora: Quadrado?

Aluno X: É um dado.

Professora: E como é o nome do dado?

Aluno X: Cubo.

Professora: Isso! É um cubo. Quais são as características desse cubo?

Os alunos concluíram que o cubo é formado por faces quadradas.

Professora: e o que é um quadrado?

Alunos: que tem os quatro lados iguais [sic].

Porém, observaram o outro sólido que também apresentava faces cujos lados possuíam medidas iguais.

Alunos (mediante interação): *este não é um quadrado, pois tem "lados inclinados", lados mais alongados, esticados, mas têm medidas iguais" [sic]* .

Aluno Y: Ele é torto – é um losango. O tamanho de uma ponta a outra é maior e essa parte é menor que essa – referindo-se às diagonais. *Neste* – mostrando a face do cubo – *se você fizer um "x" vai se encontrar no meio e esse* – o losango – *não!*

Referiram-se, então, à medida do ângulo do quadrado, que reconheciam ser um ângulo reto. Sobre o raciocínio desenvolvido pelos estudantes, considera-se: L – lados iguais; A – ângulos de 90º; Q – todas as faces quadradas e C – cubo.

$L \wedge \sim A \rightarrow \sim Q$: se apresenta os lados iguais e não tem os ângulos medindo 90º então as faces não são quadradas, e portanto o sólido correspondente é um paralelepípedo losango.

$\sim Q \rightarrow \sim C$: se as faces não são quadradas então não é um cubo.

$L \wedge A \rightarrow Q$: *s*e tem lados iguais e ângulos de 90º, então as faces são quadradas.

$Q \rightarrow C$: se possui faces quadradas, então o sólido é um cubo.

A conclusão foi obtida por Silogismo Hipotético, $L \wedge A \rightarrow C$, isto é, se as faces apresentam lados iguais e ângulos de 90º (faces quadradas), então este sólido é um cubo.

Com o reconhecimento do ângulo reto, por meio da retomada dos conhecimentos prévios dos estudantes, foi possível o resgate do conceito de quadrado. Entretanto, constataram que, a afirmação inicial "*o quadrado é um quadrilátero que possui quatro lados iguais*" era uma falácia – conclusão falsa a partir de premissa verdadeira. Sobre o terceiro sólido, reconheceram que a face retangular satisfazia a condição A, porém não era um cubo: $\sim L \wedge A \rightarrow \sim Q$, se não apresenta lados iguais e tem ângulos de 90º então não tem faces quadradas; $\sim Q \rightarrow \sim C$, se as faces não são quadradas, então não é um cubo.

As diferenças entre esses sólidos foram evidenciadas pelos estudantes durante a confecção e manipulação. Por meio do diálogo com os estudantes, percebeu-se a relação: se os polígonos que compõe as faces do sólido não apresentarem lados congruentes ou se os seus ângulos não forem retos, o sólido não é um cubo, $\sim L \vee \sim A \rightarrow \sim C$. Do ponto de vista do Método Dedutivo, obtém-se: $\sim(L \wedge A) \rightarrow \sim C$, se a face não apresenta lados iguais e ângulos de 90º, então não é um cubo. E, ao se considerar o modo de contraposição associado a condicional, 'Modus Tollens', $\sim(\sim C) \rightarrow \sim[\sim(L \wedge A)]$, que, de maneira simplificada torna-se: $C \rightarrow L \wedge A$, *s*e é um cubo então suas faces possuem lados iguais e ângulos de 90º.

Considerações finais

A análise das atividades possibilitou perceber, com os estudantes envolvidos, o desenvolvimento de argumentações baseadas em raciocínios silogísticos – de afirmação – *Modus Ponens*, de negação – *Modus Tollens,* e de transitividade – Silogismo Hipotético, assim, o Método Dedutivo esteve presente no cenário do Ensino da Geometria.

A abordagem, mediada pelo professor, de interação entre os estudantes permitiu o resgate e a construção de conceitos por meio de argumentações silogísticas, assim como proporcionou momentos de reflexão sobre ideias equivocadas – falácias. O enfoque dedutivo possibilitou uma compreensão sobre as principais dificuldades dos estudantes, em relação ao conteúdo. Neste sentido, concordamos com Scolari *et al.* (2007) ao firmar que o raciocínio dedutivo é de grande importância na aprendizagem, para a compreensão sobre o que é proposto, e que este deve ser desenvolvido desde os primeiros estágios do desenvolvimento cognitivo. No caso investigado, os raciocínios silogísticos foram utilizados pelos estudantes, mesmo que de forma implícita. A mobilização da lógica para concluir uma resposta ou uma afirmação, em problemas de assimilação e reconhecimento de formas, figuras e/ou sólidos geométricos, sugere que, desde a infância, o aluno recorre a artifícios dedutivos para construir conhecimentos matemáticos.

Com relação ao papel do professor, o emprego do Método Dedutivo em sala de aula requer, entretanto, uma postura 'de alerta'. Durante o desenvolvimento das atividades, embora os alunos apresentassem conhecimentos prévios exigidos, a interferência e orientação do professor, enquanto questionador e motivador, foi essencial. Apesar de não interferir nas respostas, o docente instigou a curiosidade e incentivou os estudantes na ponderação de aspectos, até então despercebidos, úteis na interpretação e resolução das questões propostas.

Referências

Almouloud, S. A.; Manrique, A. L.; Silva, M. J. F. D., & Campos, T. M. M. (2006). *A geometria no ensino fundamental:* reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. [s.l.] Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação.

Aragão, R.M.R. (2010). Rumo à educação do século XXI: para superar os descompassos do ensino nos anos iniciais de escolar idade. In: Burak, D.; Pacheco, R.P., & Klüber, T.E (Org). *Educação Matemática:* reflexões e ações. Curitiba: CRV, p.11-25.

Ausubel, D. P.; Novak, J. D., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia Educacional*. Trad. De Eva Nick e outros. Rio de Janeiro: Interamericana.

Barbosa, P. M. (2003). O estudo da Geometria. In: *Revista Benjamin Constant,* v. 25, p. 14–22.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: *Investigação qualitativa em educação.* Portugal: Porto Editora, p. 15-80.

Brasil. (1998). Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: MEC-SEF.

Da Ponte, J. P.; Mata-Pereira, J., & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. In: *Práxis Educativa,* v. 7, n. 2, p. 355–377.

Da Silva L, J., & Bayer, A. (2004). O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental. In: *Acta Scientiae* – v.6 – n.1 – jan./jun. 2004, p. 19. Acesso em 05 de jun., 2016, http://wwwp.fc.unesp.br/~hsilvestrini/O%20ensino%20de%20Geometria.pdf.

Danyluk, O. S. (1988). *Um estudo sobre o significado da alfabetização matemática*. Rio Claro (SP): IGCE-UNESP. Dissertação de Mestrado.

De Alencar Filho, E. (2002). *Iniciação à lógica matemática.* [s.l.] NBL Editora.

De Souza, J. N. (2008) *Lógica para ciência da computação.* [s.l.] Elsevier Brasil.

Educação, M. D. (1997). Orientações curriculares para a educação pré-escolar. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Giovanni, J.R., & Bonjorno, J.R. (2005). *Matemática completa.* 2.ed. renov. São Paulo: FTD.

Lorenzato, S. (2008). *Educação Infantil e Percepção Matemática.* 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados.

Machado, P. F. (2012). *Fundamentos de Geometria Plana*. Coleção EAD–Matemática, Editora CAED-UFMG.

Maria, Í., & D'ottaviano, L. (2003). Sobre a história da lógica, a lógica clássica e o surgimento das lógicas não-clássicas, *SPV Seminário Nacional de História da Matemática,* Rio Claro.

Meira, L.; Dias, M. Da G., & Spinillo, A. G. (1993). Raciocínio lógico-matemático: aprendizagem e desenvolvimento. In: *Temas em Psicologia*, v. 1, p. 113 – 127.

Neto, R. DE S. M. (2008). *Lógica Matemática no Ensino Médio:* uma proposta de atividades para mobilizar raciocínios com estrutura lógica formal. Acesso em 09 de out., 2015, http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/6-2-A-gt6_martins_ta.pdf

Oliveira, S. A. de. (2007). O lúdico como motivação nas aulas de matemática. In: *Jornal Mundo Jovem,* p. 5-5.

Pearsall, M. (1965). Participant observation as rolean method in behavioral research. Nursing Research, New York, v. 14, n. 1, p. 37-42.

Scolari, A. T.; Bernardi, G., & Cordenonsi, A. Z. (2007). O desenvolvimento do Raciocínio Lógico através de Objetos de Aprendizagem. In: *RENOTE*, v. 5, n. 2.

Silva, J. P. da. (2012). Argumentação matemática de alunos do 5º ano de escolaridade. *Repositório Cientifico IPVC*. Acesso em 10 de out., 2015, http://eiem2013.spiem.pt/wp-content/uploads/2013/05/GD1C6SilvaFonseca.pdf .

Souza, J.R. & Pataro, P.R.M. (2012). *Vontade de saber matemática,* 8º. Ano. 2.ed. São Paulo: FTD.

Tineli, C. (2006). *Desenvolvimento do raciocínio lógico e educação: Um estudo com crianças de 4 a 6 anos.* São Paulo (SP): Programa de Estudos Pós-graduados em Educação: Psicologia da Educação, Pontifícia universidade Católica. Dissertação de Mestrado.