ABORDAGEM DIFERENCIADA DE GEOMETRIA EM SALA DE AULA

Differentiated approach geometry in the classroom

Edinéia Filipiak [edineia.filipiak@gmail.com]

Mariza de Camargo [mariza@ufsm.br]

Maria Cecilia Pereira Santarosa [maria-cecilia.santarosa@ufsm.br]

Patrícia Rodrigues Fortes [patrícia@ufsm.br]

Universidade Federal de Santa Maria

Av. Roraima nº 1000, Cidade Universitária, Camobi, Santa Maria - RS

Resumo

O presente trabalho tem como questão central o ensino de Geometria Plana no Ensino Médio, mais especificamente, a soma dos ângulos internos de um polígono convexo e o valor dos ângulos internos de um polígono regular. Essa temática foi trabalhada utilizando ladrilhos e deduzindo fórmulas para resolução de situações problemas, buscando assim verificar se essas estratégias auxiliam no processo de ensino e de aprendizagem. A partir das observações realizadas durante a dinamização do plano de aula, das atividades individuais e em grupos realizadas pelos alunos e através dos questionários de opinião, buscou-se analisar se as estratégias pedagógicas adotadas auxiliam não somente o professor em sala de aula, mas também o aluno na compreensão do tema. Assim, analisando todo o processo, foi possível perceber que os alunos estavam motivados para realizar as atividades, que gostaram das aulas e isso auxiliou no aprendizado deles e consequentemente no trabalho do professor. Portanto, pode-se concluir que as estratégicas pedagógicas adotadas se mostraram eficazes no processo de ensino e de aprendizagem significativa de Geometria.

Palavras-chave: Ensino. Geometria Plana. Ladrilhos. Resolução de problemas.

Abstract

The present work has as its central question the teaching of plane geometry in high school, specifically the sum of the interior angles of a convex polygon and value of the interior angles of a regular polygon. This theme is crafted using tiles and deducting formulas, to solve problem situations, thus seeking verify that these strategies help in the process of teaching and learning. From the observations made during the application of the lesson plan, of individual and group activities performed by students and through opinion questionnaires sought to analyze whether the adopted pedagogical strategies help not only the teacher in the classroom, but also the student in understanding the subject. Thus, analyzing the whole process, it was revealed that students were motivated to carry out the activities, they liked school and this helped in their learning and therefore the teacher's work. Therefore, we can conclude that the pedagogical strategies adopted proved effective in teaching and meaningful learning geometry.

Keywords: Teaching. Plane geometry. Tiles. Problem resolution.

1 INTRODUÇÃO

Este artigo é proveniente de um Trabalho de Conclusão do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio – Matem@tica na Pr@tica, promovido pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/Universidade Federal de Santa Maria – UFSM. A proposta visava a concepção e aplicação de uma “aula inédita”, que contemplasse uma estratégia pedagógica até então não utilizada pelo professor cursista em uma turma de Ensino Médio.

Para a aplicação do plano de aula foi contatado o Campus Frederico Westphalen do Instituto Federal Farroupilha, localizado na linha Sete de Setembro, BR 386, km 40, em Frederico Westphalen/RS. A proposta de aula inédita foi aplicada no 2º semestre de 2015, turma 13, 1º ano, do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. A escolha dessa turma se deu por parte da docente titular de Matemática, que optou por disponibilizar justamente a turma 13 para a realização das atividades propostas, visto que estavam mais adiantados nos conteúdos e assim poderia ser trabalhada a parte introdutória de Geometria, a qual faz parte do conteúdo programático.

O tema escolhido para a aula inédita foi Geometria Plana: soma dos ângulos internos de um polígono convexo e valor dos ângulos internos de um polígono regular. Geometria não é um tema difícil de se ensinar e aprender, mas envolve sempre vários conceitos e resultados que acabam muitas vezes desestimulando o aluno e consequentemente o professor. Mas, a consequência mais grave neste processo pode ser a aprendizagem mecânica, sem significado para o aluno. Sabe-se que sistemas tradicionais de ensino são propícios para este fim. Neste caso, a Escola estará formando apenas reprodutores, e não geradores de conhecimento (MOREIRA, 2005). Por isso, na tentativa de fuga do modelo tradicional de ensino, as estratégias pedagógicas adotadas para abordar o referido tema foram: utilização de materiais concretos e dedução de fórmulas para resolução de situações-problema.

Para a construção dos materiais concretos usou-se como base o livro Desafio Geométrico (DIAS; SAMPAIO, 2013) e para a proposta das atividades da aula inédita buscou-se atender aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), que orientam que a Geometria deve ser trabalhada de modo que o aluno possa utilizar formas geométricas para visualizar ou representar partes do mundo real na resolução de problemas.

2 CONTEXTUALIZANDO A PROBLEMÁTICA

Ministrar uma aula, ter a atenção dos alunos e vê-los motivados para a aprendizagem é o desejo de todo professor e mais ainda dos professores de Matemática, uma vez que o desinteresse pela disciplina é maior. Algumas vezes, o interesse do aluno está relacionado com a motivação do professor, ou com o seu modo de trabalhar. Mais especificamente, falando do conteúdo de Geometria, percebe-se que esse tema muitas vezes é deixado em segundo plano, e isso não é de hoje. Há vários anos já se tinha essa preocupação. Pavanello (1989) apresentou uma dissertação em que abordava o abandono do ensino de Geometria contextualizando historicamente a problemática.

Mais recentemente, no livro Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática, há outros autores que compartilham essa mesma inquietação, tal como Guder e Notare (2011, p.116) que afirmam:

> Na nossa experiência docente, foi possível observar que a Geometria, muitas vezes, é esquecida nas escolas, ou, quando ensinada, não se dá a devida ênfase a esse tema. Como é um assunto que está incluído nos objetivos específicos da maioria das séries, os conteúdos acabam sendo deixados para o final do ano, e, às vezes, sequer são trabalhados.

Nesse mesmo artigo são encontrados relatos de entrevistas com professores onde eles afirmam que deixam para trabalhar Geometria no final do ano e acabam não tendo tempo de apresentar de maneira produtiva esse conteúdo aos alunos e quando é trabalhado isso se dá de maneira muito abstrata.

Corroborando com isso, na Etapa III do livro Conteúdo e Prática: Olhar Conceitual na Sala de Aula, é possível encontrar três fatores de dificuldades sobre o processo de ensino e aprendizagem da Geometria no Brasil:

> 1 A disciplina é frequentemente esquecida, pois cada instituição decide os conteúdos que considera importantes para seus alunos;
> 2 Os professores não estão preparados para trabalhar segundo as recomendações apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM;
> 3 E os problemas geométricos apresentados nos livros didáticos privilegiam resoluções algébricas. (ALMOULOUD, et al., 2004 apud MATTOS; ROSA; GIRALDO, 2013, p. 142).

Mas apesar das dificuldades encontradas, assim como outros temas matemáticos, o ensino de Geometria precisa ser desenvolvido de uma maneira produtiva e ele tem a sua importância, pois:

> A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 1989, p. 182-183).

Outros autores reafirmam a importância do ensino de Geometria, como é o caso de Manoel (2014, p. 30) que diz: "[...] a importância e a necessidade de ensinar Geometria estão presentes na história da humanidade, seja na organização do espaço, ou mesmo nas diversas formas do homem matematizar a realidade". Nesse mesmo trabalho o autor apresenta a seguinte citação que deixa muito claro a necessidade do ensino de Geometria:

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995 apud MANOEL, 2014 p. 43-44).

Segundo o PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000), o aluno saber utilizar as formas geométricas para representar o mundo real ou parte dele é uma habilidade importante a ser desenvolvida no Ensino Médio, isso se deve ao fato de que tal capacidade irá auxiliar na resolução de problemas não somente matemáticos, mas também de outras disciplinas. Aliado a isso o aluno terá capacidade de interpretar desenhos e planificações, argumentar com fundamentação e buscar soluções para problemas diversos.

Com relação ao tema discutido ao longo desse trabalho, as Orientações Educacionais Complementares trazem como conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas em Geometria Plana: semelhança e congruência; representação de figuras:

> • Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situações-problema.
> • Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc.
> • Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real.
> • Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras.
> • Fazer uso de escalas em representações planas. (BRASIL, 2000, p. 125).

Acredita-se que tais habilidades não podem ser desenvolvidas numa aula puramente tradicional, onde a ênfase é na aprendizagem mecânica em detrimento à uma aprendizagem significativa[1] para o aluno. Por outro lado, sabe-se que uma das condições para ocorrência da aprendizagem significativa é a predisposição, por parte do aluno, para o aprendizado. Considera-se que o método de ensino aplicado neste trabalho é favorecedor deste fator, pois é altamente motivacional.

2.1 Resolução de Problemas

As maiores descobertas feitas pela humanidade surgiram a partir do intuito de resolver problemas, o que consequentemente serviu para auxiliar e incentivar a evolução da maneira como a vida é encarada em sociedade. Assim, a Matemática desempenha um importante papel nas atividades humanas.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) trazem a resolução de problemas como uma peça chave para o ensino de Matemática, isso se deve ao fato de que o aluno estará mais engajado se estiver enfrentando um desafio do que simplesmente desenvolvendo exercícios análogos aos expostos pelo professor. Além disso,

> Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido. (BRASIL, 2000, p. 113).

Alguns autores ampliam a resolução de problemas para algo a mais que uma metodologia de ensino:

> A Resolução de Problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar, e consequentemente, do que significa aprender [...] na Resolução de Problemas trata-se de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução. (DINIZ, 2001 apud LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 60).

Nesse sentido a resolução de problemas deve ser encarada como algo desafiador, motivador e não como algo mecânico, onde se está sempre seguindo e repetindo exemplos. Sabe-se que a simples repetição de exercícios não caracteriza uma aprendizagem com significado para o aluno, mas uma aprendizagem mecânica. Neste tipo de aprendizagem, o que o aluno apreende é facilmente esquecido, já que a nova informação interage de forma arbitrária e literal com o seu conhecimento prévio.

A área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, umas das três grandes áreas em que os conteúdos do Ensino Médio estão organizados, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000), tem por objetivos formar cidadãos capazes de aprenderem a aprender, ou seja, que consigam continuar aprendendo de forma autônoma e que tenham condições de intervir e avaliar em situações do mundo real. Para que se tenha êxito em tais anseios os PCN’s trazem que:

[1] A aprendizagem significativa ocorre quando o novo material interage com conceitos prévios da mente do aprendiz, de forma substantiva e não arbitrária, favorecendo a atribuição de significado ao conteúdo apreendido (AUSUBEL, 2003).

> Um dos pontos de partida para esse processo é tratar, como conteúdo do aprendizado matemático, científico e tecnológico, elementos do domínio vivencial dos educandos, da escola e de sua comunidade imediata. Isso não deve delimitar o alcance do conhecimento tratado, mas sim dar significado ao aprendizado, desde seu início, garantindo um diálogo efetivo. A partir disso, é necessário e possível transcender a prática imediata e desenvolver conhecimentos de alcance mais universal. Muitas vezes, a vivência, tomada como ponto de partida, já se abre para questões gerais, por exemplo, quando através dos meios de comunicação os alunos são sensibilizados para problemáticas ambientais globais ou questões econômicas continentais. Nesse caso, o que se denomina vivencial tem mais a ver com a familiaridade dos alunos com os fatos do que com esses fatos serem parte de sua vizinhança física e social. (BRASIL, 2000, p. 7).

Assim, é preciso buscar trabalhar os conteúdos matemáticos em situações cotidianas para os alunos, de modo que eles participem ativamente da prática educacional, não de uma maneira isolada e não apenas ouvindo o professor, mas trabalhando em grupo para também desenvolver a cidadania. A negociação de significados entre alunos e professor, no ato da realização de uma atividade em grupo, é de grande riqueza para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Também, propiciará ao professor, detectar erros cometidos pelos estudantes, na fase de externalização de seus conhecimentos prévios.

O modo de se trabalhar com problemas matemáticos em sala de aula tem passado por grandes mudanças, Onuchic (2012, apud AZEVEDO, 2014, p. 76) argumenta como deve se dar o processo de ensino, aprendizagem e avaliação:

> O ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução de problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário.

O que se observa hoje é que a resolução de problemas não está incorporada na prática docente, isso, possivelmente, pode se dar ao fato que o professor não teve contato com essa metodologia de ensino em sua formação inicial e continuada, para construir seus próprios conhecimentos a respeito dessa prática. Nessa perspectiva Azevedo (2014, p. 82) argumenta:

> É na formação inicial que os licenciandos têm oportunidade de desenvolver ações pedagógicas em sala de aula, que lhes possibilite discutir questões fundamentais à sua prática fazendo conexões entre os conhecimentos matemáticos trabalhados na licenciatura e a Matemática escolar.

Assim, se o futuro professor tiver oportunidade de discutir sobre tal metodologia em sua formação ou formação continuada, ele terá condições de levar aos seus alunos uma aprendizagem matemática com resultados satisfatórios. No entanto, é preciso lembrar que toda metodologia inovadora, proposta em sala de aula, acarretará uma dedicação imensa por parte do docente, tal como conhecimento prévio das dificuldades dos estudantes, formas alternativas de sanar estas dificuldades prévias, antes mesmo de aplicar o novo método da resolução de problemas.

2.2 Materiais Didáticos Concretos

Segundo Lorenzato (2010), material didático é qualquer recurso que auxilia no processo de ensino e aprendizagem. Os materiais didáticos, que podem ser um livro, um jogo, uma embalagem, uma figura geométrica e entre outros, são importantes instrumentos que podem auxiliar o professor em sala de aula e os alunos na compreensão dos conteúdos, visto que os materiais concretos ajudam a aproximar a teoria e a prática, favorecendo o processo cognitivo de assimilação do conceito geométrico, na transferência do abstrato para o concreto.

Utilizar um bom material concreto na dinamização de uma aula não é garantia de uma aprendizagem significativa dos alunos, ou seja, não é garantia que isso irá fazer sentido para os alunos. Para Lorenzato (2010), o sucesso depende de o professor saber utilizar corretamente esses materiais e para isso ele deve se planejar bem antes, analisar o motivo da utilização desse material e como irá trabalhar com esse material em sua aula.

De acordo com Ausubel (2003) são necessárias três condições para a aprendizagem significativa: o material instrucional deve ser potencialmente significativo, isto é, deve ter significado lógico para o aluno; o aluno deve apresentar, em sua estrutura cognitiva, conhecimentos prévios necessários para a nova aprendizagem e, o aluno deve apresentar predisposição para aprender de forma significativa. Acredita-se que a manipulação de objetos concretos irá despertar a predisposição para o aprendizado, pois o aluno estará motivado para a nova aprendizagem.

Na utilização de recursos didáticos, para Rêgo e Rêgo (2010, p. 54) existem cuidados básicos a serem tomados pelos professores, dentre os quais se destacam:

> i) dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
> ii) incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
> iii) mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
> iv) realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
> v) planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
> vi) sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Para uma pessoa que conhece um determinado objeto, por exemplo, viu e tocou, é muito fácil descrevê-lo, pois a imagem desse objeto vem em sua mente, mesmo que idealizada, preservando suas características básicas, mas para quem não conhece fica muito difícil ou até mesmo impossível construir estas caracterizações. Por isso, da importância de partir do material concreto no ensino de Matemática, pois se for trabalhado somente com conceitos e resultados abstratos a aprendizagem dos alunos se torna mais difícil.

Nessa mesma perspectiva, Turrioni e Perez (2010, p. 61) enfatizam a importância dos materiais concretos: "O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos".

Alguns docentes têm receios em utilizar materiais concretos em turmas de alunos que não são mais crianças. Para Lorenzato (2010) a utilização de materiais didáticos não dependente do curso ou idade, isso quer dizer que não deve ser utilizado somente para crianças, para adultos ajuda também, o que deve ser verificado é se o assunto trabalhado é novidade ou não para os alunos, independente da idade deles.

Tendo em vista a importância do ensino de Geometria, e que muitas vezes esse tema é deixado de lado nas escolas, é que se propõe nesse trabalho uma abordagem diferenciada para o cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono convexo e valor dos ângulos internos de um polígono regular.

Para essa abordagem diferenciada foram considerados os objetivos do ensino de Matemática e de Geometria, especificamente, constantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Além disso, foram utilizados materiais concretos e resolução de problemas para abordar o tema de aula proposto, pois vários autores consideram tais estratégias eficazes, ou seja, deixam mais significativo o processo de ensino e de aprendizagem.

3 AULA INÉDITA

Nas atividades previstas para a Aula Inédita foram abordados problemas envolvendo: utilização de materiais concretos na resolução de situações problemas; dedução das fórmulas da soma dos ângulos internos de um polígono convexo e do valor dos ângulos internos de um polígono regular.

Uma vez que os alunos apresentam dificuldades para lembrar conceitos básicos da Geometria, tais como ponto, reta, plano, ângulos e polígonos, regulares e convexos, antes de desenvolver as atividades propostas, fez-se uma revisão desses conceitos, observando exemplos visualizados na sala de aula. Esta revisão teve um papel imprescindível no processo da aprendizagem significativa, já que auxiliou os alunos na re/construção dos conhecimentos prévios necessários para as novas aprendizagens.

A seguir são apresentadas as 5 atividades exploradas em sala de aula no decorrer da Aula Inédita. Cada atividade está aqui explanada com as respectivas discussões estabelecidas com a turma que participou do andamento do trabalho. As atividades envolveram conceitos geométricos associados à construção de ladrilhamentos a partir de polígonos regulares. As regras que nortearam o uso dos ladrilhos foram:

> 1. Os ladrilhos devem ser polígonos regulares de um ou vários tipos.
> 2. A intersecção de dois ladrilhos, se existir, é sempre um lado ou um vértice.
> 3. A distribuição de ladrilhos ao redor de cada um dos vértices do ladrilhamento é sempre a mesma. (DIAS; SAMPAIO, 2013, p. 16-17).

Atividade 1) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que são adequadas para pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou sobreposição de ladrilhos, como ilustram as figuras:

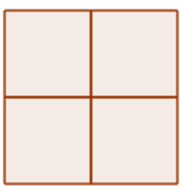


Figura a: Quadrados ladrilham um plano

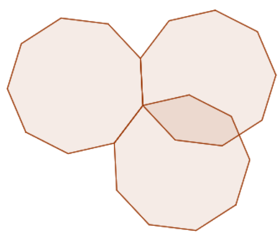


Figura b: Eneágonos não ladrilham um plano

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos de ladrilhos, sendo um deles o octógono regular, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um:

a) Triângulo equilátero
b) Quadrado

c) Pentágono regular
d) Hexágono regular
e) Dodecágono regular

Para que os alunos pudessem resolver a situação proposta foram disponibilizados os cinco tipos de ladrilhos em questão (disponibilizados pela professora cursista em material emborrachado). Foi possível perceber grande motivação por parte dos alunos para com a atividade, pois no momento da distribuição dos materiais questionavam: “Para que isso professora?”, “O que é para fazer?”. Após explicar a atividade, foi disponibilizado um tempo para os alunos manusearem os polígonos e tentarem achar uma solução para o problema. A maioria não apresentou dificuldades para solucionar a situação proposta, sendo que procuraram ainda fazer outros ladrilhamentos. Mas para uma pequena parte da turma foi necessário acompanhar a interpretação do problema com eles e auxiliar no ladrilhamento, conforme as regras da situação problema, e estes mesmos alunos também apresentam dificuldades de aprendizagem em outras disciplinas. Na Figura 3.1 fotos dos alunos trabalhando nessa atividade.

Figura 3.1 - Alunos trabalhando na Atividade 1. Fonte: Autoras

Após algumas discussões utilizando o material de apoio, solicitou-se aos alunos que apresentassem uma solução algébrica para o problema.

Para resolver a situação proposta algebricamente é preciso determinar o valor dos ângulos internos dos polígonos, a fim de verificar qual polígono que agrupado com um ou mais octógonos forma um vértice cuja soma de ângulos seja de 360º.

Nesse sentido, para saber como determinar o valor dos ângulos internos de um polígono regular, primeiro os alunos deverão concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º. Para isso, foi solicitado que cada aluno desenhasse em uma folha de papel, e recortasse, um triângulo qualquer, em seguida, destacasse os ângulos internos, recortando-os e colando-os conforme a Figura 3.2:

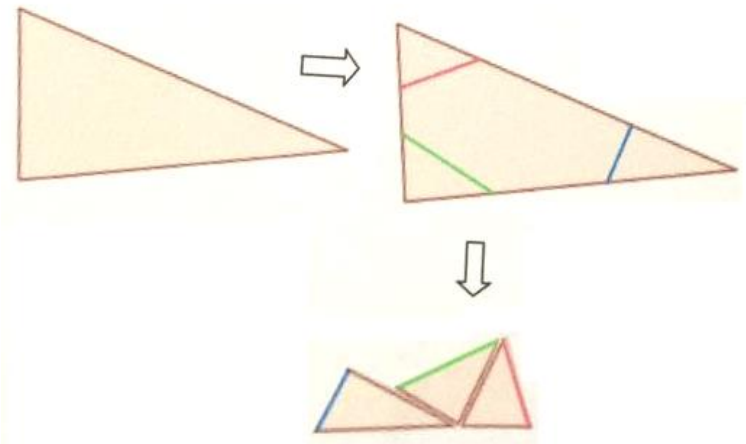


Figura 3.2 - Passo a passo para concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º. Fonte: Autoras.

Ao término dessa atividade, comentou-se que em todos os triângulos feitos na sala de aula a soma dos ângulos internos de um triângulo resultou em 180º. Mas que para se ter certeza que esse resultado é válido para qualquer triângulo, deve-se fazer uma demonstração para o caso geral, e isso pode ser feito utilizando-se ângulos formados por retas paralelas cortadas por retas transversais e ângulos opostos pelo vértice. A demonstração apresentada para a turma foi a seguinte:

Dado um triângulo *ABC* qualquer (Figura 3.3). Considerando a reta que passa por *B* e é paralela à reta que contém o segmento *AC*, quer-se mostrar que $\alpha + \gamma + \beta = 180^{\circ}$.

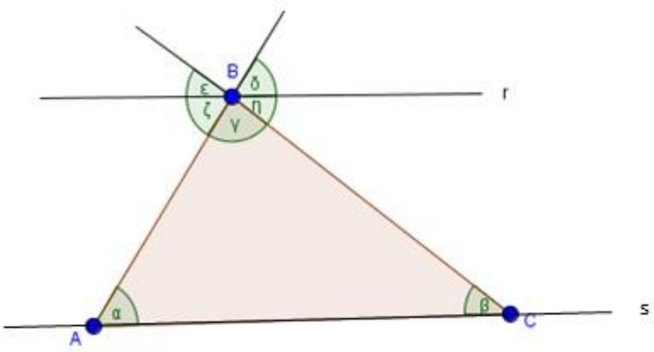


Figura 3.3 - Triângulo *ABC* com seus ângulos internos destacados e com ângulos correspondentes e ângulos opostos pelo vértice. Fonte: Elaborado pelas autoras no software GeoGebra.

Como r é uma reta paralela à reta que contém o segmento AC, em função das transversais que contém os segmentos BC e BA, tem-se que $\varepsilon = \beta$ (1) e que $\delta = \alpha$ (2), por serem ângulos correspondentes, mas δ e ζ são ângulos opostos pelo vértice, assim como ε e η, então tem-se que $\delta = \zeta$ (3) e $\varepsilon = \eta$ (4). Observando que $\zeta + \gamma + \eta = 180^o$ por (3) e (4): $\delta + \gamma + \varepsilon = 180^o$, mas por (1) e (2) tem-se que: $\alpha + \gamma + \beta = 180^o$. Portanto a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180º.

Seguindo, com a finalidade de determinar a soma dos ângulos internos de polígonos convexos com mais de 3 lados, foram traçadas, nestas figuras, diagonais que dividissem estes polígonos em triângulos, uma vez que a soma dos ângulos internos de um triângulo já é conhecida. Para um polígono de 4 lados tem-se (Figura 3.4):

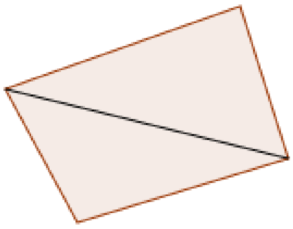


Figura 3.4 – Soma dos ângulos internos: 180º + 180º = 360º. Fonte: Elaborado pelas autoras no software GeoGebra.

Para um polígono de 5 lados tem-se (Figura 3.5):

Figura 3.5 – Soma dos ângulos internos: 180º + 180º + 180º = 540º.

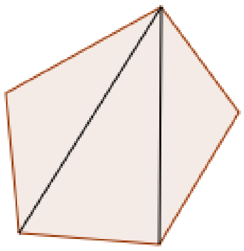


Figura 3.4 – Soma dos ângulos internos: 180º + 180º = 360º. Fonte: Elaborado pelas autoras no software GeoGebra.

Para um polígono de 8 lados tem-se (Figura 3.6):

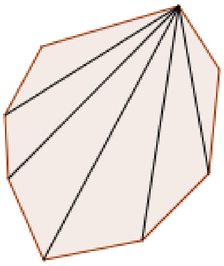


Figura 3.6 – Soma dos ângulos internos: 180º + 180º + 180º + 180º + 180º + 180º = 1080º. Fonte: Elaborado pelas autoras no software GeoGebra.

Para organizar esses dados, foi então elaborado um quadro com os resultados encontrados (Quadro 3.1).

Quadro 3.1: Síntese das informações

Polígono	Nº de lados	Nº de triângulos formados	Diferença entre o nº de lados e o nº de triângulos formados	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	1	(3-1) = 2	1.180º = 180º
Quadrilátero	4	2	(4-2) = 2	2.180º = 360º
Pentágono	5	3	(5-3) = 2	3.180º = 540º
Octógono	8	6	(8-6) = 2	6.180º = 1080º

Fonte: Elaborado pelas autoras.

O Quadro 3.1, que sintetiza o que foi analisado, auxiliou os alunos a visualizar uma fórmula para determinar a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de *n* lados. Assim, foi possível perceber que a diferença entre o número de lados dos polígonos e o número de triângulos formados internamente é sempre 2. Logo, a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de *n* lados coincide com a soma dos ângulos internos dos *n* – 2 triângulos, e então deve ser igual a (*n* - 2).180º.

Para definir uma fórmula que determine o valor dos ângulos internos de um polígono convexo regular a turma foi questionada, mais uma vez, sobre qual a definição de polígono regular. Os alunos responderam que é um polígono que tem todos os lados e ângulos iguais, então a professora cursista perguntou se caso fosse conhecida a soma de todos os ângulos e a quantidade de lados de um dado polígono regular, como seria possível determinar o valor dos ângulos internos? A turma logo respondeu que basta dividir a soma total das medidas dos ângulos internos pela quantidade de ângulos do polígono regular.

Portanto, em um polígono convexo regular de *n* lados, que tem *n* ângulos internos congruentes, cuja soma é (*n* - 2).180º, tem ângulos internos de medidas dadas por:

$$\alpha_n = \frac{(n-2)180^{\circ}}{n}$$

Assim, com a fórmula estabelecida, foram calculados os ângulos internos dos polígonos citados na situação-problema, objetivando verificar qual polígono deve ser utilizado junto com o octógono para ladrilhar o plano.

Os resultados dos cálculos dos ângulos internos dos polígonos regulares citados na situação problema foram:

Octógono: $\alpha_8 = \frac{(8-2)180^{\circ}}{8} = \frac{(6)180^{\circ}}{8} = 135^{\circ}$

Triângulo equilátero: $\alpha_3 = \frac{(3-2)180^{\circ}}{3} = \frac{(1)180^{\circ}}{3} = 60^{\circ}$

Quadrado: $\alpha_4 = \frac{(4-2)180^{\circ}}{4} = \frac{(2)180^{\circ}}{4} = 90^{\circ}$

Pentágono regular: $\alpha_5 = \dfrac{(5-2)180^\circ}{5} = \dfrac{(3)180^\circ}{5} = 108^\circ$

Hexágono regular: $\alpha_6 = \dfrac{(6-2)180^\circ}{6} = \dfrac{(4)180^\circ}{6} = 120^\circ$

Dodecágono regular: $\alpha_{12} = \dfrac{(12-2)180^\circ}{12} = \dfrac{(10)180^\circ}{12} = 150^\circ$.

Voltando à Atividade 1, pode-se verificar que utilizando apenas um octógono não será possível ladrilhar um piso ou uma parede com somente mais um tipo de polígono regular, visto que:

$135^\circ + x = 360^\circ$

$x = 360^\circ - 135^\circ$

$x = 225^\circ$.

Como não existe um polígono regular com ângulo interno igual a 225º, então, 225º deverá ser a soma de dois ou mais ângulos internos de polígonos regulares. Utilizando no ladrilhamento 3 triângulos equiláteros agrupados, tem-se que o resultado da soma dos ângulos internos adjacentes em um vértice é igual a 180º, se forem usados 4 triângulos equiláteros agrupados, a soma resultará em igual a 240º, logo não será possível utilizar triângulos equiláteros para construir este ladrilhamento. Considerando 2 quadrados agrupados, a soma dos ângulos internos em torno de um vértice será igual a 180º e no caso de 3 quadrados agrupados a soma dos ângulos internos em torno de um vértice será igual a 270º, logo também não será possível utilizar dois ou três quadrados adjacentes ao octógono. Da mesma forma, não será possível utilizar pentágonos neste ladrilhamento, pois a soma dos ângulos internos de dois pentágonos agrupados em torno de um vértice resulta em 216º. Se forem considerados 2 polígonos regulares, com 6 lados ou mais, agrupados em torno de um vértice, a soma dos ângulos internos será maior que 225º.

Considerando que ao redor de cada vértice há dois octógonos regulares então:

$2.135^\circ + x = 360^\circ$
$x = 360^\circ - 270^\circ$
$x = 90^\circ$.

Logo o outro tipo de ladrilho escolhido terá a forma de um quadrado.

Portanto, um ladrilhamento com apenas dois tipos de polígonos regulares, onde um é o octógono, deve ter mais um octógono e um quadrado ao redor de cada vértice (Figura 3.7).

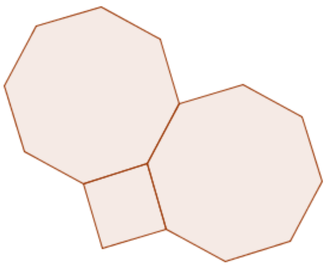


Figura 3.7 – Ilustração da resposta da situação problema. Fonte: Elaborado pelas autoras no software GeoGebra.

Atividade 2) Ao término da Atividade 1, os alunos, distribuídos em pequenos grupos, receberam um polígono regular para analisar se é possível ladrilhar o plano com esse tipo de polígono. Posteriormente os grupos deveriam apresentar suas conclusões para a turma, argumentado se há possibilidade de utilizar neste mesmo ladrilhamento outro(s) tipo(s) de polígono(s). Os polígonos regulares distribuídos à turma estão representados na Figura 3.9:

Figura 3.9 – Ladrilhos. Fonte: Elaborados pelas autoras.

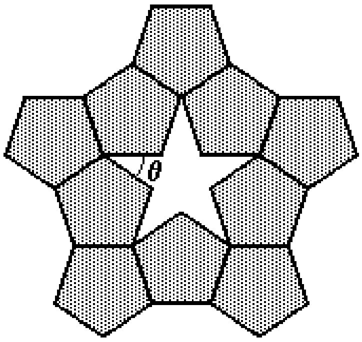
Para realizar esta atividade foram constituídos 8 grupos de 4 alunos, sendo que cada grupo recebeu um dos tipos de polígono regular: triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, octógono, eneágono, decágono ou dodecágono. Após analisar o polígono recebido, cada grupo expôs para a turma: o nome do polígono, número de lados, vértices, ângulos, qual o valor da medida dos ângulos internos, a justificativa de porquê é regular e convexo, se este tipo de polígono ladrilha um plano ou não, e se fossem utilizados outros tipos de polígonos, quais seriam?

Alguns grupos apresentaram dificuldades para visualizar quais polígonos teriam que utilizar em torno de um vértice para ladrilhar o plano, sendo que a professora cursista precisou auxiliá-los. Na hora da apresentação, alguns grupos se dividiram para explicar os resultados obtidos e fizeram uma boa explanação, outros tiveram mais dificuldades em expor o que lhes foi solicitado.

Com essa atividade foi possível atingir os objetivos de se trabalhar em grupo e aprimorar a comunicação e argumentação da turma. Também se percebeu que o aprendizado do aluno é maior quando ele participa do processo ativamente, ou seja, falando, expondo suas ideias e conclusões e não somente ouvindo, caracterizando uma aprendizagem significativa.

Posteriormente às Atividades 1 e 2 foram trabalhadas individualmente as seguintes situações problema, para analisar se os alunos conseguiriam aplicar conceitos discutidos em sala de aula, generalizando e aplicando tais conteúdos em situações do dia a dia.

Atividade 3) (Unifesp 2003) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura ao lado.



Nestas condições, o ângulo θ mede:

a) 108° b) 72° c) 54° d) 36° e) 18°

Justifique sua resposta.

Resolução: Para determinar o valor de θ tem-se que determinar o valor dos ângulos internos do pentágono regular. Assim, utilizando a fórmula estabelecida anteriormente, cada ângulo interno do pentágono regular mede:

$$\alpha_n = \frac{(n-2)180^{\circ}}{n}$$

$$\alpha_5 = \frac{(5-2)180^{\circ}}{5} = \frac{3.180^{\circ}}{5} = 108^{\circ}$$

Ainda, sabe-se que uma volta completa mede 360º, assim:

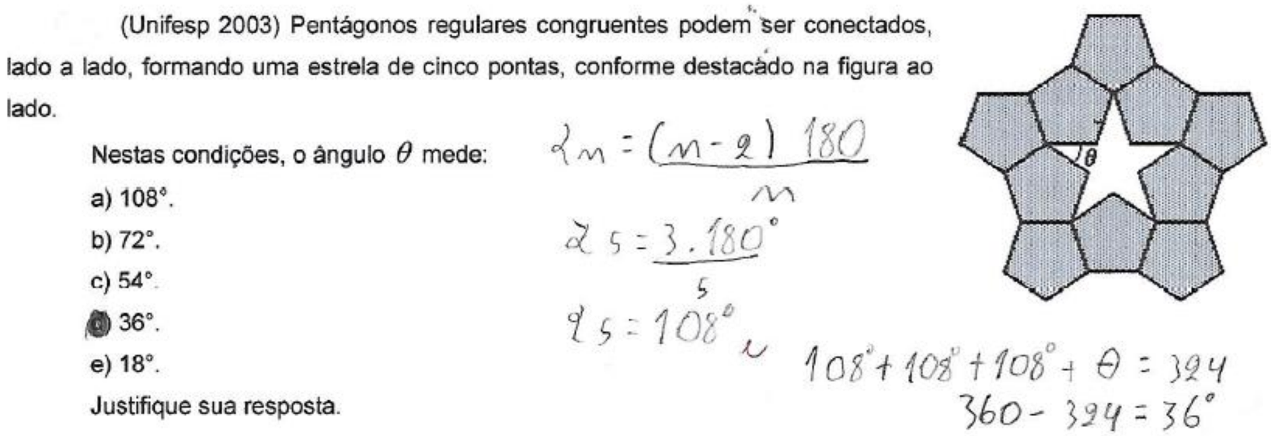
108º + 108º + 108º + θ = 360º

324º + θ = 360º

θ = 360º - 324º = 36º.

A alternativa correta é a letra d.

Essa questão requer uma interpretação da figura, pois com a fórmula encontrada nas aulas anteriores não é possível determinar o ângulo que o problema está questionando, mas é possível determinar os ângulos dos polígonos adjacentes e com a ideia de que uma volta tem 360º os alunos conseguem justificar a resposta correta.


(Unifesp 2003) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura ao lado.

Nestas condições, o ângulo θ mede:

a) 108°.

b) 72°.

c) 54°.

d) 36°.

e) 18°.

Justifique sua resposta.

$\alpha_n = \frac{(n-2)\,180}{n}$

$\alpha_5 = \frac{3.180°}{5}$

$\alpha_5 = 108°$

$108° + 108° + 108° + \theta = 324$

$360 - 324 = 36°$

Figura 3.10 – Desenvolvimento da Atividade 3 por um aluno. Fonte: Aluno da turma.

Com essa resposta (Figura 3.10) pode-se perceber que há alunos que apresentam dificuldades para escrever matematicamente correto, e esse é um tema que precisa ser retomado com essa turma. Observa-se que o aluno fez:

$108º + 108º + 108º + \theta = 324$

$360 - 324 = 36º$,

sendo que deveria ter escrito:

$108º + 108º + 108º + \theta = 360º$

$324º + \theta = 360º$

$\theta = 360º - 324º = 36º$.

Atividade 4) O icoságono é um polígono com vinte lados. Baseado nas atividades desenvolvidas em aula e considerando que esse polígono é regular, justifique se o icoságono pode ser utilizado ou não para ladrilhar o plano, argumentando se fosse possível utilizar outro(s) polígono(s), qual(is) seria(m) utilizado(s).

Resolução: Para determinar se o icoságono regular pode ladrilhar o plano, basta determinar o valor de seus ângulos internos:

$$\alpha_n = \frac{(n-2)180º}{n}$$

$$\alpha_5 = \frac{(20-2)180º}{20} = \frac{18.180º}{20} = 162º$$

Ao agrupar dois icoságonos tem-se que a soma dos ângulos internos mede:

$162º + 162º = 324º$

Como a soma de dois ângulos internos de icoságonos agrupados não resulta em 360º e ao serem agrupados três destes polígonos eles ficarão sobrepostos, apenas com icoságonos regulares não se pode ladrilhar o plano.

Fazendo 360º - 162º tem-se que isso é igual a 198º, mas 198º = 108º + 90º. Sabe-se que 108º é o valor de um ângulo interno do pentágono regular e que 90º é o valor de um ângulo interno do quadrado. Assim, o icoságono regular pode ladrilhar o plano se forem utilizados adjacentes a ele pentágonos regulares e quadrados. Este ladrilhamento está ilustrado na Figura 3.11.

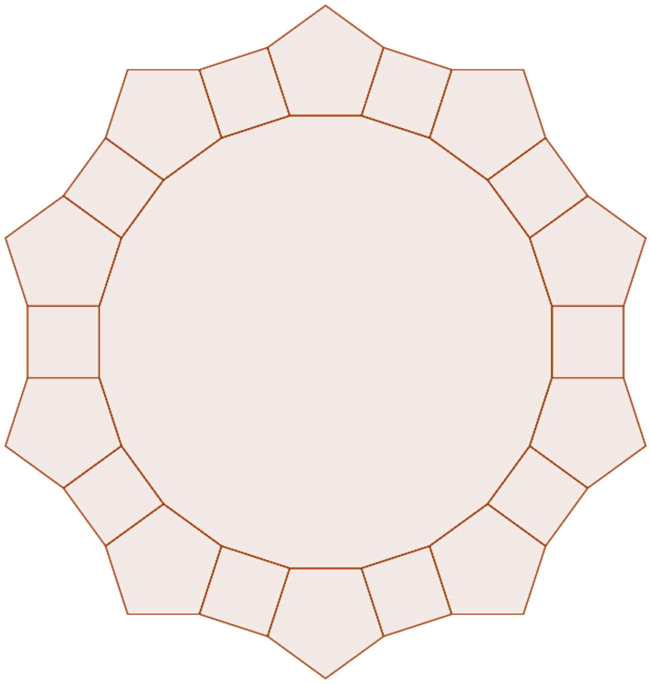
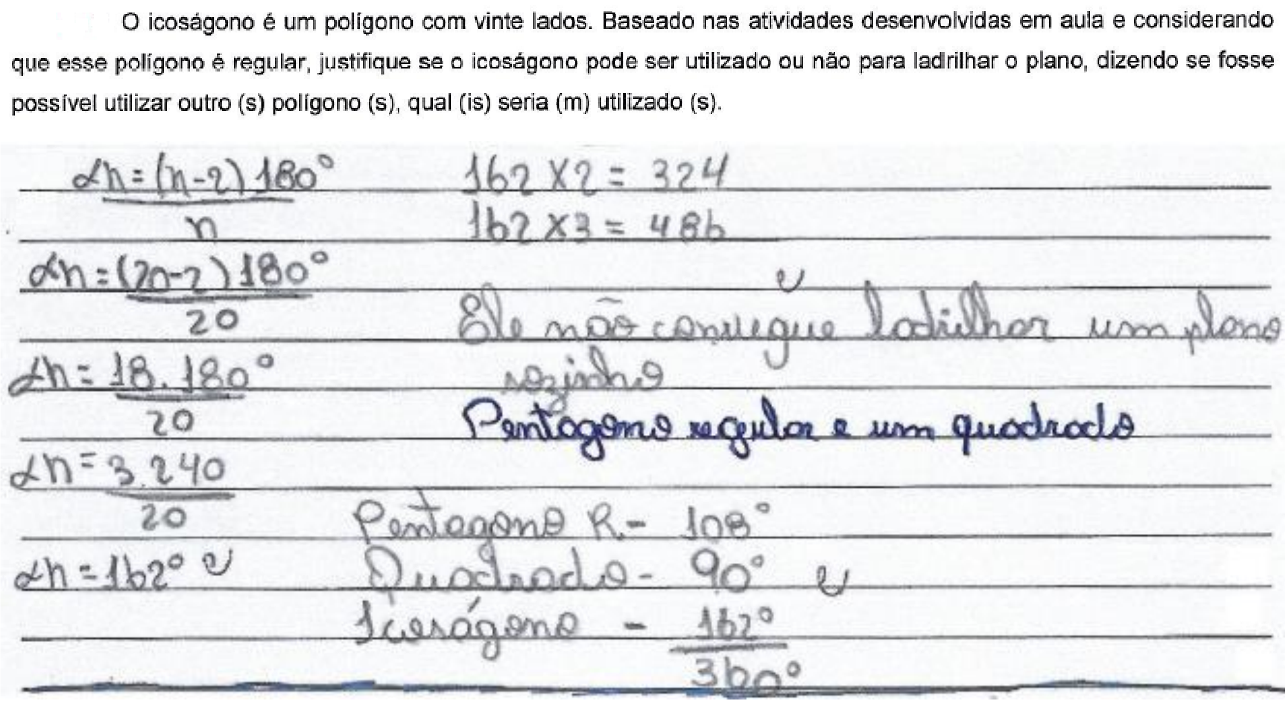


Figura 3.11 - Ilustração do ladrilhamento da Atividade 4. Fonte: Elaborado pelas autoras no software GeoGebra.



O icoságono é um polígono com vinte lados. Baseado nas atividades desenvolvidas em aula e considerando que esse polígono é regular, justifique se o icoságono pode ser utilizado ou não para ladrilhar o plano, dizendo se fosse possível utilizar outro (s) polígono (s), qual (is) seria (m) utilizado (s).

$\alpha n = \frac{(n-2)180°}{n}$ 162 x 2 = 324

162 x 3 = 486

$\alpha n = \frac{(20-2)180°}{20}$

Ele não consegue ladrilhar um plano sozinho

$\alpha n = \frac{18.180°}{20}$

Pentagono regular e um quadrado

$\alpha n = \frac{3.240}{20}$

Pentagono R - 108°

$\alpha n = 162°$ Quadrado - 90°

Icoságono - $\frac{162°}{360°}$

Figura 3.12 - Desenvolvimento da Atividade 4 por um aluno. Fonte: Aluno da turma.

Na Atividade 4, o aluno, resolveu o problema (Figura 3.12) utilizando a fórmula deduzida em sala de aula para determinar o valor dos ângulos internos do icoságono regular. Em seguida, ele observou que somente o icoságono não ladrilha o plano, agrupando dois icoságonos e depois três. Por fim, observou que é possível fazer um ladrilhamento com o icoságono regular adicionando um pentágono regular e um quadrado, sendo que os valores dos ângulos internos desses dois outros polígonos já haviam sido calculados em sala de aula.

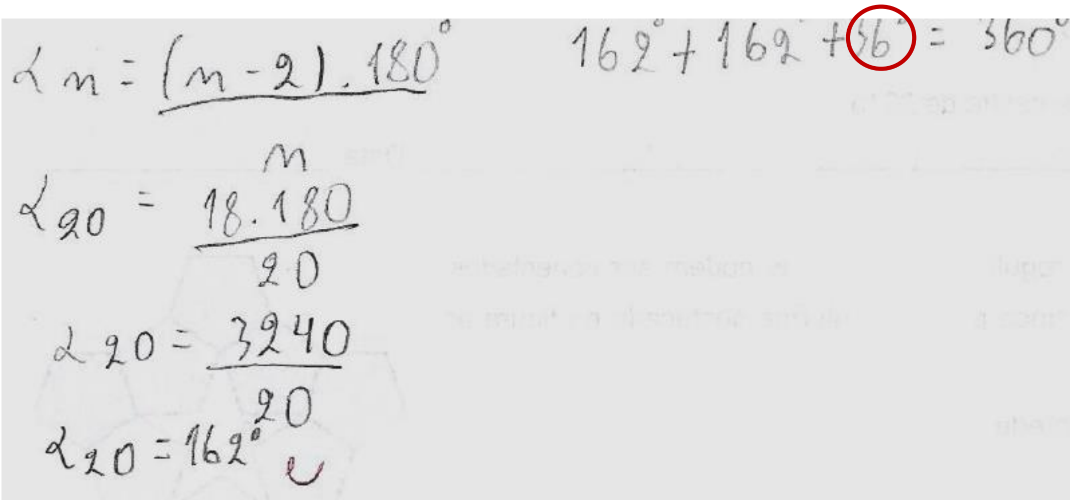


Figura 3.13 - Desenvolvimento da Atividade 4 por outro aluno. Fonte: Aluno da turma.

Esse outro aluno (Figura 3.13) utilizou corretamente a fórmula para calcular o valor dos ângulos internos do icoságono, entendeu que para ser possível um ladrilhamento, a soma dos ângulos internos ao redor de vértice deve ser de 360º, mas ele disse que para ladrilhar o plano com o icoságono regular é necessário mais um icoságono regular e um polígono com ângulos internos medindo 36º, o que não é possível, pois estavam sendo analisados apenas polígonos regulares e não há polígono regular com ângulos internos de 36º.

Atividade 5) É muito comum a utilização de azulejos na forma de retângulos para o revestimento de pisos ou paredes. Mas, atualmente, cada vez é mais comum encontrar cerâmicas com outras formas de polígonos para diversificar os ambientes. Já foi discutido que se forem utilizados somente azulejos na forma de um pentágono regular não é possível ladrilhar um piso, pois os ângulos internos não completam exatamente 360º ao se agruparem. Assim, para revestir o piso de uma sala você escolheu cerâmicas com formatos e cores diferentes, mas com ângulos de 90º. As peças que você escolheu foram as seguintes:

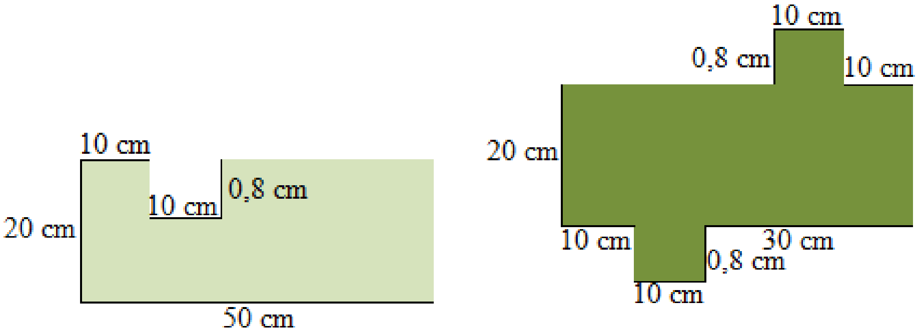


Figura 3.14 – Peças a serem encaixadas. Fonte: Elaborado pelas autoras.

Considerando que a sala tem piso na forma retangular com medidas 6 *m* × *4,8 m*, calcule a quantidade mínima de peças de cada cor que deverão ser compradas para que não haja desperdício, desconsidere o rejuntamento. Lembre-se: pedaços cortados não poderão ser reaproveitados.

Resolução: As peças podem ser montadas da seguinte forma (Figura 3.15):

Figura 3.15 – Peças encaixadas. Fonte: Elaborado pelas autoras.

Dessa forma, a peça montada tem medidas *0,5 m* × *0,6 m*, e como a sala tem dimensões 6 *m* × *4,8 m* serão necessárias 8 peças montadas na vertical e 12 peças na horizontal, assim a quantidade total de peças montadas é dada por:

8 × 12 = 96 peças, como se pode ver na Figura 3.16:

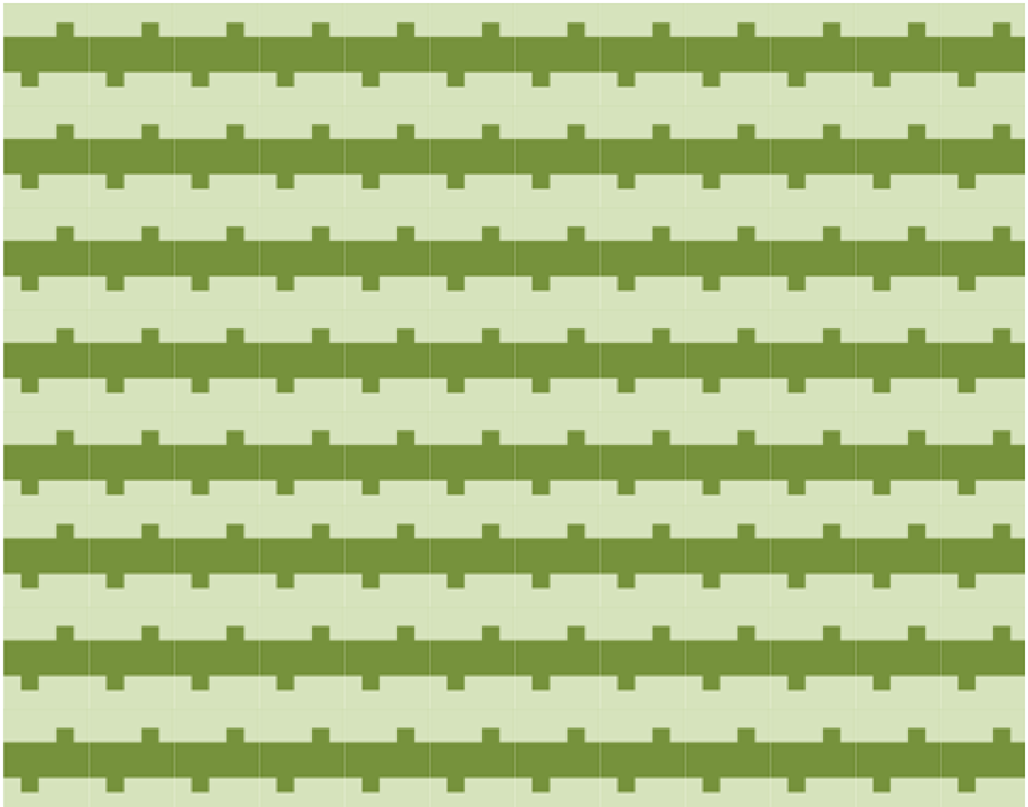


Figura 3.16 - Ilustração do ladrilhamento da Atividade 5. Fonte: Elaborado pelas autoras.

Como em cada uma dessas 96 peças tem-se 2 ladrilhos verde claro e 1 verde escuro, serão necessárias 2 × 96 = 192 peças verde claro e 96 peças verde escuro para ladrilhar todo o piso da sala sem desperdícios.

Observa-se que nesta atividade trabalha-se o ladrilhamento de um modo geral e contextualizado, onde o aluno precisa perceber como utilizar as figuras (cerâmicas) na prática, evitando o desperdício e determinando quantas figuras serão necessárias para ladrilhar o piso da sala a partir das medidas dadas no problema.

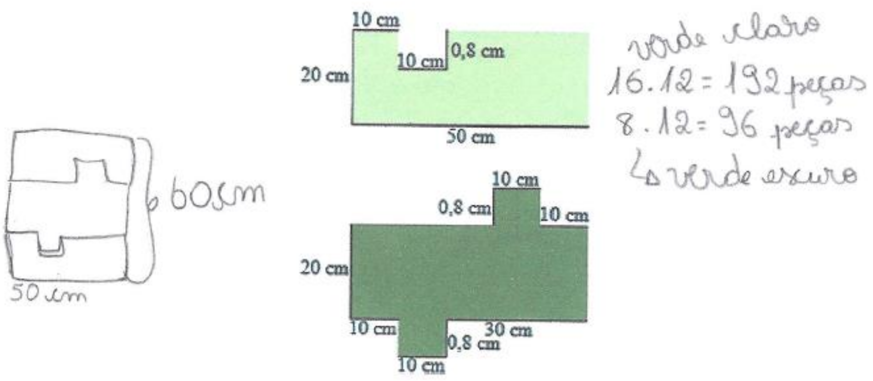


Figura 3.17 - Desenvolvimento da Atividade 5 por um aluno. Fonte: Aluno da turma.

O aluno, nessa questão (Figura 3.17), desenhou como as peças iriam se encaixar, calculou quantas peças seriam necessárias para revestir a sala corretamente, mas faltou justificar a multiplicação feita, que no caso, ele observou que a peça montada, com 60 *cm* de altura, seria utilizada 8 vezes para fechar os 4,*8 metros* e isso iria se repetir em 12 colunas, pois o piso da sala tem 6 metros de comprimento e a peça montada tem 50 *cm*. Ainda, esse aluno observou que na peça montada há 1 verde escuro (e portanto escreveu 8 vezes 12) e 2 verde claro (por isso ele escreveu o dobro de 8 vezes 12) para determinar quantas peças de cada cor iria utilizar.

Observe que esse aluno (Figura 3.18) resolveu corretamente as atividades, justificando bem as respostas das duas primeiras, mas na Atividade 3 ele colocou somente as multiplicações feitas e não justificou como obteve os resultados. Possivelmente esse aluno observou que poderia agrupar as peças de forma a compor uma unidade de medida de *1 m* × *1,2 m,* utilizando 4 cerâmicas verde escuro e 8 cerâmicas verde claro. Então, percebeu que toda a área do piso da sala poderia ser ladrilhada utilizando-se 24 peças de medida *1 m* × *1,2 m,* ou seja, foram utilizadas no total 4 × 24 cerâmicas verde escuro e 8 × 24 cerâmicas verde claro. Ainda, ao final, o aluno apresentou a totalidade das cerâmicas necessárias para ladrilhar o piso.


3. $\alpha_n = \frac{(n-2)\,180°}{n}$ 108 × 3 = 324 360 − 324 = 36°

$\alpha_5 = \frac{(5-2)\,180°}{5}$

$\alpha_5 = \frac{3.180°}{5}$

$\alpha_5 = 108°$

A soma de 3 ângulos formou um ângulo de 324° e uma volta completa é 360°

4. $\alpha_n = \frac{(n-2).180°}{n}$ 162 × 2 = 324 162 × 3 = 486

$\alpha_n = \frac{(20-2).180°}{20}$

Ele não consegue ladrilhar um plano sozinho

$\alpha_n = \frac{18.180°}{20}$

$\alpha_n = \frac{3.240°}{20}$

Pentágono regular e um quadrado

Pentágono R = 108°

$\alpha_n = 162°$

Quadrado = 90°

Icoságono = 162°

360°

5. 8 × 24 = 192 4 × 24 = 96 192 + 96 = 288

Figura 3.18 - Respostas de um aluno às Atividades 3, 4 e 5. Fonte: Aluno da turma.

4. AVALIAÇÃO DA AULA INÉDITA

No último dia da aplicação do plano de aula proposto, foi realizado um questionário de opinião com os alunos, visando a avaliação do trabalho desenvolvido.

Quadro 4.1 – Questionário de opinião

“Saiba que a sua opinião é muito importante!”

Ao término das nossas atividades gostaria de saber a sua opinião sobre:

1. As aulas de um modo geral foram:

( ) Ótimas ( ) Boas ( ) Regulares ( ) Ruins ( ) Péssimas

2. Nas atividades realizadas durante as aulas, houve algo diferente do que você costuma fazer nas aulas de Matemática?

( ) Sim. O quê?____

( ) Não

3. Se você acha que ocorreu algo diferente, isso auxiliou no seu aprendizado?

( ) Sim ( ) Não

4. Você teve dificuldades para resolver as atividades propostas?

( ) Sim. Aponte quais foram elas: ______________________________

( ) Não

5. Em caso afirmativo na questão anterior, houve formas de superar as dificuldades apontadas?

( ) Sim ( ) Não

6. Utilize esse espaço para dizer o que teria que ser melhorado nas aulas e como isso poderia ser feito diferente.

____

Fonte: Elaborado pelas autoras.

4.1 Resultados do Questionários

Foram recebidas 31 repostas ao questionário, sendo que os resultados de cada uma das 6 questões estão especificados a seguir:

Questão 1: 84% responderam que as aulas foram ótimas, e 16% que as aulas foram boas;

Questão 2: 81% responderam sim, que houve algo diferente na aula de Matemática, e 19% responderam que não. As opiniões favoráveis foram: Manusear peças geométricas; Atividades com peças; Utilização de figuras; Mais folhinhas e a professora explicando bem o conteúdo; Trabalhar com figuras de polígonos; Me concentrei muito mais; Trabalho em grupo usando polígonos; Apresentação de trabalho em grupo; Atividades dos polígonos, que foi interessante; O jeito de trabalhar com o conteúdo; Aprender sobre polígonos; Os ladrilhos.

Questão 3: 90% responderam sim, e 10% afirmaram que não. Ressalta-se que na resposta da Questão 2, dentre os alunos que responderam que não houve algo diferente nas aulas de Matemática, 3 deles responderam na Questão 3 que as atividades auxiliaram no aprendizado.

Questão 4: 81% responderam que sim e 19% responderam que não. As dificuldades de resolução apontadas pelos alunos foram: enunciados das questões muito difíceis de entender; Atividade 5 muito difícil.

Questão 5: 100% dos alunos responderam sim.

Questão 6: Nos depoimentos os alunos expressaram muitos elogios para a professora, sendo que a grande maioria argumentou que as aulas foram ótimas, e que não havia necessidade de melhorias. As poucas sugestões dadas pelos alunos para melhoria das aulas foram: chamar a atenção da turma na hora da explicação; a professora poderia ter um toque, uma pitada de dureza no comando das aulas; poderia ser feito slides sobre o conteúdo ou passado um vídeo exemplificando o conteúdo.

Através das observações feitas no decorrer das aulas ministradas, das atividades desenvolvidas pelos alunos e pelas respostas ao questionário de opinião é possível dizer que a turma gostou das aulas e que demonstrou vontade de aprender o conteúdo exposto.

5. CONCLUSÕES

Ao finalizar a aplicação do plano de aula proposto, pode-se dizer que os objetivos pré-definidos foram alcançados. Esperava-se que as aulas fossem dinâmicas e produtivas, que os alunos tivessem interesse por aquilo que estavam fazendo e aprendessem com isso, e de fato isso aconteceu, conforme relatos anteriores.

Considerando o fato de não ser a docente titular da turma, acredita-se que a dinamização do plano de ensino foi muito boa. Caso realizasse uma nova aplicação da proposta de Aula Inédita, talvez procurar-se-ia apresentar um vídeo sobre o conteúdo, como foi colocado por um aluno no questionário de opinião, ou ainda faria uma atividade de pesquisa com os alunos, pois acredita-se que quanto mais participativo é o educando no processo de ensino e de aprendizagem, mais fácil se torna a construção do seu conhecimento. Mas essa atividade de pesquisa não seria somente dar um tema e pedir para os alunos pesquisar e apresentar, seria mostrar para eles como se faz uma pesquisa, principalmente na internet, dando relevância ao que se pode confiar.

Além disso, poderia se tomar atitudes mais duras do que apenas chamar a atenção daqueles alunos que conversavam durante as explicações, como encaminha-los para a assessoria pedagógica, outra questão apontada no questionário de opinião. Quando a experiência é pouca se tem o receio de ser muito dura ou muito exigente, ou o contrário. Se for exigido muito dos alunos corre-se grande risco de desinteresse, o que também pode ocorrer no caso de poucas cobranças.

Caso tivesse a oportunidade de repetir a aula em outras turmas faria sim, pois as estratégias pedagógicas adotadas se mostraram eficazes no processo de ensino e aprendizagem de Geometria e, além disso, o carinho recebido dos alunos nas aulas, principalmente na última, foi muito gratificante.

Apesar do tema aprendizagem significativa não ter sido o foco principal do trabalho, observou-se que a estratégia pedagógica adotada foi favorecedora deste tipo de aprendizagem. Os métodos de resolução de problemas e utilização de material concreto nas aulas foram essenciais para despertar a motivação dos alunos, fator imprescindível para uma aprendizagem significativa. O resgate dos conhecimentos prévios dos estudantes, ao longo da revisão inicial apresentada, também ajudou a fortalecer, na estrutura cognitiva dos alunos, os conceitos prévios necessários para as novas aprendizagens. Mas, principalmente, proporcionar aos alunos a oportunidade de serem agentes ativos no processo de construção do conhecimento, pode ser o principal argumento para uma aprendizagem com significados.

Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção do Conhecimento**: Uma Perspectiva Cognitiva. Plátano Edições Técnicas. Lisboa, Portugal. 2003.

AZEVEDO, E. Q. de. **O Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de Matemática**. 2014. 268 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2014. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/108824/000773950.pdf?sequence=1>. Acesso em: 10 nov. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN + Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**,** Brasília: Planalto, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, Brasília: Planalto, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/par/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>. Acesso em: 15 nov. 2015.

DIAS, C. C.; SAMPAIO, J. C. V. **Desafio geométrico**: Módulo I. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013.

GUDER, D.; NOTARE, M. R. Estudando geometria de maneira mais significativa. In: GARCIA, V. C. V. (Organ.) et al. **Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática**. Porto Alegre: Evangraf: UFRGS, 2011.p. 116-150.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. **Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática**: reflexões para o ensino de matemática. 2011. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/3996/3316>. Acesso em: 10 nov. 2015.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 3-38.

MANOEL, W. A. **A Importância do Ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: Razões apresentadas em pesquisas brasileiras. 2014. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2014. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/>. Acesso em: 17 nov. 2015.

MATTOS, F. R. P.; ROSA, M. B.; GIRALDO,V. A. **Conteúdo e Prática:** Olhar Conceitual na Sala de Aula: Módulo II. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa Crítica**. Porto Alegre, RS. 2005.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Metodologia do Ensino) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, São Paulo, 1989. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/>. Acesso em: 07 set. 2015.

POLÍGONOS. In: MATEMÁTICA. Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/poligonos.htm>. Acesso em: 24 nov. 2015.

PONTO, RETA E PLANO. In: MATEMÁTICA. Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/ponto-reta-e-plano/>. Acesso em: 24 nov. 2015.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 39-56.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 57- 76.