

O USO DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PESQUISA NO ENSINO MÉDIO

Mathematical use in mathematical modelling activities: a high school research

Ariane Cristina Laurentino [cristina_ariane@hotmail.com]

Bianca de Oliveira Martins [bianca_o.martins@hotmail.com]

Bárbara N Palharini Alvim Sousa Robim [barbara.palharini@uenp.edu.br]

Rudolph dos Santos Gomes Pereira [rudolphsantos@uenp.edu.br]

Universidade Estadual do Norte do Paraná UENP

Av. Paraná, 340 Centro Cornélio Procópio, PR.

Resumo

Este artigo visa investigar o uso matemático feito por alunos do Ensino Médio no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. A pesquisa versa sobre atividades de modelagem matemática e o currículo de matemática e tem como objetivo geral investigar os caminhos, matemáticos ou não, utilizados por alunos do ensino médio em atividades de modelagem matemática. Dados foram coletados por meio da coleta dos registros escritos dos alunos, bem como de gravação em áudio. Por meio dos procedimentos da pesquisa qualitativa, a análise de dados foi feita com base na metodologia de análise de conteúdo. Os resultados sinalizam o uso de conceitos matemáticos prévios, dificuldades no uso de conceitos matemáticos associados ao currículo do Ensino Médio e como se dá o percurso dos alunos nas fases da modelagem matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Currículo de Matemática, Ensino Médio.

Abstract

This paper aims to investigate the mathematical use by high school students in the development of a mathematical modelling activity. The research deals with mathematical modelling activities and mathematics curriculum and has the general objective to investigate the ways used by high school students in the mathematical modeling activities, mathematical or not mathematical. Data were collected through the collection of students written records', as well as audio recording. Through qualitative research procedures data analysis was based on content analysis methodology. The results indicate prior use of mathematical concepts, difficulty in using mathematical concepts associated with the high school curriculum, and how it is the journey of students in mathematical modeling phases.

Keywords: Mathematics Education, Mathematical Modelling, Mathematical Curriculum, High School.

Introdução

A discussão do currículo escolar como *listagem de conteúdos* a serem cumpridos pelas escolas deu lugar a uma discussão sobre currículo que vai para além da sala de aula e constitui: o nível do currículo formal, o nível de currículo interpretado pelos autores de materiais didáticos e livros, o currículo como parte do projeto pedagógico da escola, o desenvolvido e avaliado pelo professor, o avaliado socialmente, por meio de avaliações externas e da observação da sociedade (Pires, 2011). A autora também destaca que para além da organização da sociedade em torno do que denominados currículo escolar, estão as aprendizagens que não foram planejadas, que contextualizam o currículo oculto.

Atualmente, discute-se a importância de um currículo mínimo para a Educação Básica, ou seja, uma base curricular comum. E para que os alunos desenvolvam uma compreensão abrangente do mundo e das práticas sociais, bem como seja inserido no mundo do trabalho, indica-se um ensino contextualizado e interdisciplinar, e que propicie ao mesmo tempo a capacidade de abstração, generalização e a criatividade:

[...] o cuidado com a contextualização é fundamental, na medida em que ela é importante para que o/a estudante atribua sentido aos conceitos em jogo. Considerando que a Matemática nos oferece modelos para compreender a realidade, as situações escolares permitem envolver infinitos contextos, sejam eles oriundos de práticas sociais, de outras áreas de conhecimento ou, até mesmo contextos da própria matemática. Nunca é demais reforçar que o mais importante é que as situações permitam ao/a estudante atribuir significado aos conceitos envolvidos (Brasil, 2015, p. 135-136).

Uma alternativa para o trabalho de conceitos matemáticos em sala de aula, que auxilia na elaboração de modelos para compreender a realidade, seja por meio das práticas sociais, de outras áreas do conhecimento, ou de conceitos internos à própria matemática é a modelagem matemática. No âmbito do currículo em matemática, documentos oficiais, desde a década de 1990 com a implantação dos parâmetros curriculares nacionais, sugerem a introdução, em particular, de atividades de modelagem matemática no âmbito das aulas de matemática de salas de aula regulares (Brasil, 1997; Paraná, 2008).

[...] A Modelagem Matemática possui diversas perspectivas, tanto na Matemática Aplicada quanto na Educação Matemática. No contexto da Educação Matemática, pode ser compreendida como um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para o “fazer” Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo) e, partindo e questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma como se observa o mundo (Meyer, Caldeira & Malheiros 2011, p. 79).

No âmbito das pesquisas sobre modelagem matemática diferentes autores abordam a prática de modelagem matemática, em sala de aula, (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, Araújo, 2007, Barbosa, 2001, Sant’Ana & Sant’ Ana, 2009). Em diferentes níveis de escolaridade as pesquisas indicam papéis para alunos e professores trabalhar com os conceitos matemáticos (Caldeira, 2007; Ferreira, 2007; Santos & Bisognin, 2007, Dias, 2005, Fidelis, 2005, Paraná, 2008).

Neste artigo, abordamos: uma atividade desenvolvida com alunos de uma turma do Ensino Médio; o aporte teórico sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na sala de aula; o percurso metodológico dos pesquisadores para o desenvolvimento da atividade; a coleta de dados; sua análise com base na metodologia de análise de conteúdo; a discussão dos resultados; considerações finais.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

De modo geral, a modelagem matemática, nas salas de aula, envolve o trabalho com atividades que partem de situações problemáticas associadas ao cotidiano dos alunos, não essencialmente matemáticas (Almeida, Silva & Vertuan, 2012). Os autores apontam que a modelagem matemática constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática, tratando-se assim de um meio de trabalhar com atividades na aula de Matemática.

O uso da Modelagem na sala de aula como alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática de uma situação-problema não essencialmente matemática é denotativo da necessidade de articulação entre definição, investigação e resolução (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p.26).

Caldeira (2009) sinaliza que a interação entre modelagem matemática e currículo pode auxiliar os caminhos do professor e dos alunos em direção à ambientes que assumem uma compreensão teórica geral que podem se materializar através de configurações curriculares diferentes, conforme as condições de cada sala de aula, de cada escola e da experiência e da confiança de cada professor.

A inserção da modelagem matemática no currículo, no entanto, não é algo fácil, visto que barreiras são encontradas quanto às especificidades da atividade de modelagem matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2012), ao se referirem a uma atividade de modelagem matemática, abordam fases do processo de modelagem matemática: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Inteiração: essa etapa representa o primeiro contato com essa situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação. A inteiração conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução, assim a escolha do tema e a busca de informações a seu respeito constituem o foco central nessa fase; [...].

Matematização: é caracterizada pelo processo de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas, que são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações e em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração [...].

Resolução: Esta fase consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder as perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado; [...].

Interpretação de Resultados e Validação: a interpretação dos resultados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema, a análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p.15-16).

As fases da atividade de modelagem matemática dizem respeito a ações e ou procedimentos dos engajados no fazer da atividade e podem ser úteis para dar indicativos de como os alunos podem caminhar durante a atividade desenvolvida.

Para a implementação das atividades de modelagem matemática, indica-se que as atividades sejam introduzidas de modo gradativo (Almeida, Silva & Vertuan, 2012), ou por meio de casos em que professor e alunos se colocam em diferentes papéis (Barbosa, 2001).

Há três casos em que o professor pode utilizar de atividades (tarefas) de modelagem matemática na sala de aula: caso 1, o professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução; caso 2, o professor traz para sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessária à sua resolução; caso 3, a partir de temas não-matemáticos,

os alunos formulam e resolvem problemas, os quais são responsáveis pela coleta de informações e simplificações das situações-problema (Barbosa, 2001).

Para Almeida e Dias (2004), as atividades desenvolvidas no âmbito da modelagem matemática na Educação Matemática permitem estabelecer uma relação entre a matemática dos programas escolares e problemas vinculados à realidade do estudante. Neste contexto, apresentamos possibilidades da modelagem matemática para colaborar com o currículo de matemática.

Sobre a matemática enquanto disciplina do currículo, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 28) indica que:

[...] A matemática ainda é considerada, por boa parte da sociedade, como uma disciplina difícil e que afasta as pessoas por, frequentemente, estar desconectada dos fazeres cotidianos, com a introdução da Modelagem nas práticas escolares é possível passar-se da mera observação a termos e problemas matemáticos algoritmizáveis para a manipulação e interação com objetos e problemas sem respostas definidas e únicas, o que constituiria sujeitos, num processo de atribuição de significados, por meios da construção e resolução de problemas relevantes para um dado contexto (Meyer, Caldeira & Malheiros, 2011, p.28).

Amparados na literatura sobre modelagem matemática, delineamos uma atividade de modelagem matemática e a desenvolvemos com alunos do ensino médio utilizando o caso 1 de Barbosa (2001).

Aspectos Metodológicos

O percurso metodológico seguido pelos autores corresponde ao estudo sobre modelagem matemática na Educação Matemática, bem como a elaboração da atividade de modelagem matemática, os instrumentos de coleta de dados no desenvolvimento da atividade e os aspectos da metodologia utilizada para análise e interpretação dos dados.

Silva e Oliveira (2012, p. 13) apontam direcionamentos para o planejamento de uma atividade de modelagem matemática como “um processo de tomada de decisões na elaboração da atividade de modelagem e na organização das ações e estratégias do professor”. Sant’Ana e Sant’Ana (2009), apresentam uma classificação de questões que podem servir, também, de direcionamento para a elaboração de atividades de modelagem matemática (questões abertas, fechadas e semi-fechadas).

Seguindo os pressupostos de Sant’Ana e Sant’Ana (2009) elaboramos uma atividade de modelagem matemática a partir de duas reportagens de jornal¹, por meio de uma questão aberta. Para Sant’Ana e Sant’Ana (2009), uma questão aberta é aquela cuja resposta depende de hipóteses realizadas pelos estudantes, na qual mudanças de estratégias permitem a obtenção de respostas distintas; na questão fechada dados fornecidos são suficientes para a obtenção de resposta única, com uma estratégia vinculada a sua formulação; a questão semifechada tem formulação semelhante a questão fechada, mas permite, por meio de itens a reformulação de estratégias.

Após elaborada pelos pesquisadores, a atividade de modelagem matemática foi desenvolvida com alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública no norte do Paraná. Dados foram coletados por meio dos registros escritos dos alunos, gravações em áudio e observações diretas do pesquisador, primeira autora deste artigo.

¹ Reportagem 1: “Inflação de janeiro a outubro vai de 8,52%, a mais alta para o período desde 1996” de Jornal o Estado de São Paulo, sábado, 7 de novembro de 2015. Reportagem 2: “Mercado vê inflação de até 7,2% em 2016” de Jornal o estado de São Paulo, sábado, 7 de novembro de 2015.

A pesquisa foi baseada numa metodologia qualitativa de análise de dados, análise de conteúdo seguindo os pressupostos de Bardin (2011, p. 24), e é caracterizada como “uma técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto da comunicação”.

Três fases caracterizam a análise de conteúdo, três polos cronológicos: pré-analítico; exploração do material; tratamento dos resultados, inferência e interpretação. A fase pré-analítica é a fase de organização, consiste em operacionalizar e sistematizar as ideias iniciais. A exploração do material consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração. Por fim, há o tratamento dos resultados, os quais são tratados de maneira a serem significativos e válidos para que permitam estabelecer quadros que contenham os resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais colocam em relevo as informações fornecidas pela análise, e ainda podem permitir propor inferências e interpretações a propósito dos objetivos previstos.

Crise econômica no Brasil e a atividade de modelagem matemática desenvolvida

Nesta seção apresentaremos a atividade de modelagem elaborada (Quadro 1).

Quadro 1. A atividade Crise econômica de 2015

Crise econômica de 2015				
<p>Com a inflação em ritmo acelerado os brasileiros sofrem dia após dia com os elevados valores dos produtos, entre eles o preço da energia elétrica e a alta nos valores de combustíveis, que estão entre os itens que apresentam os maiores reajustes neste ano de 2015. A inflação oficial atingiu 0,82%, o que fez com que a taxa acumulada em 12 meses se aproximar de 9,93% informou o IBGE. A nova estimativa para 2016, corre o risco da inflação atingir ou superar o teto da meta estimulada pelo governo de 6,5% ao ano.</p> <p>A expectativa do mercado é que após o dia 1º de dezembro a gasolina tenha reajuste de R\$ 0,10, o etanol de R\$ 0,20, dessa forma, o preço do etanol ficará muito próximo do valor da gasolina, dificultando a venda do produto.</p> <p>A gasolina sozinha pesou 25% na alta do Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), indicado pelo Banco Central para estabelecer o regime de metas de inflação brasileira.</p> <p>Segundo Houaiss (2009) a inflação se define em “desequilíbrio que se caracteriza por uma alta substancial e continuada no nível geral dos preços, concomitante com a queda do poder aquisitivo do dinheiro, e que é causado pelo crescimento da circulação monetária em desproporção com o volume de bens disponíveis”.</p> <p>E pensando no bolso nos brasileiros a inflação vem crescendo muito veja a tabela 1:</p>				
Tabela 1 – Inflação no decorrer do ano de 2015				
Mês	2015			
	Do mês	Índice		Nº índice desde jan/1993 dez/1992=1.00
		Acumulado		
		No ano	Nos últimos 12 meses	
Jan/2015	1,48	1,4800	7,1256	1.094,6209
Fev/2015	1,16	2,6572	7,6791	1.107,3185
Mar/2015	1,51	4,2073	8,4160	1.124,0390
Abr/2015	0,71	4,9472	8,3407	1.132,0197
Mai/2015	0,99	5,9861	8,7607	1.143,2267
Jun/2015	0,77	6,8022	9,3140	1.152,0296
Jul/2015	0,58	7,4217	9,8052	1.158,7113
Ago/2015	0,25	7,6909	9,8820	1.161,6081

Set/2015	0,51	8,2395	9,9038	1.161,5323
Out/2015	0,77	9,0729	10,3308	1.176,5223

Fonte. Os autores.

No dia 07 de novembro de 2015 o jornal Folha de São Paulo publicou as reportagens Inflação de janeiro a outubro vai a 8,52%, a mais alta para o período desde 1996 e Mercado vê inflação de até 7,2% em 2016. Considerando os dados das reportagens e as informações do texto e da tabela, responda as questões.

- 1-Com o aumento desenfreado da gasolina o etanol teve uma elevação no seu consumo?
- 2-Qual o principal motivo do aumento do combustível? E o que faz esse aumento ser crescente?
- 3- Sobre a inflação no ano de 2015:
É possível expressar matematicamente o crescimento dessa taxa?
Qual é essa expressão matemática?
Qual é a previsão para a inflação em 2016?
O que isso implica para a população brasileira?

Fonte: os autores.

Análise de conteúdo dos dados

Os dados analisados provêm de registros escritos e em áudio de cinco alunos do terceiro ano do ensino médio. Para o processo de análise e a fim de preservar a identidade dos participantes foram adotados os seguintes códigos A1, A2, A3, A4 e A5. A estrutura da análise de conteúdo foi realizada *a priori* sendo composta pelas unidades de contexto *aspectos da modelagem matemática* e *aspectos da matemática na resolução*.

Com o objetivo de analisar os aspectos da modelagem matemática utilizados nas resoluções dos alunos, foram definidas as unidades de registro para a primeira unidade de contexto²: inteiração; matematização; resolução; interpretação e validação dos resultados (Quadro 2).

Quadro 2: Categoria 1- unidades de contexto e de registro

<i>Unidade de Contexto</i>	<i>Unidade de Registro</i>	<i>Síntese</i>	<i>Códigos</i>
Aspectos da Modelagem Matemática	Inteiração	Alunos procuraram entender a situação-problema, identificando as hipóteses e definindo as variáveis.	A1 e A4
	Matematização	Alunos escreveram a situação-problema em uma linguagem matemática, sendo que, inicialmente, a mesma foi apresentada em linguagem natural.	A1, A2, A3, A4 e A5
	Resolução	Foi apresentado pelos alunos um modelo matemático que representasse e solucionasse a situação-problema proposta.	A1
	Interpretação e Validação dos Resultados	Alunos analisam se o resultado obtido com o modelo determinado relaciona-se corretamente com a situação estudada.	A1

Fonte: os autores

Análise da unidade de registro *inteiração*

A fase de inteiração de acordo Almeida, Silva e Vertuan (2012) consiste no primeiro contato dos alunos com a atividade. Inicialmente, foi feita uma leitura da atividade em que a aluna A1 leu para

² A análise apresentada neste artigo diz respeito apenas à primeira unidade de contexto.

toda a turma, interagindo com a professora a turma questionou sobre as questões 1³ e 2⁴ da atividade; e utilizando o jornal e o texto as questões foram respondidas (como exemplo de respostas veja a Figura 1):

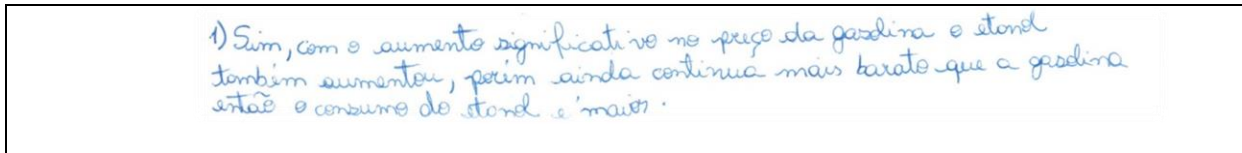


Figura 1: resposta da questão 1 da atividade aluno “A5”. Fonte: registros do aluno.

Síntese da unidade de registro: no primeiro passo do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos procuram entender os conceitos contidos no texto do jornal e da situação-problema entregue pela professora. A fase de inteiração acontece no momento em que se identificam com a atividade e todos os alunos do grupo registram sua compreensão por meio das respostas às questões um e dois direcionadas pela professora.

Análise da unidade de registro *Matematização*

Nesta fase todos os alunos do grupo registraram os procedimentos semelhantes na passagem da atividade da linguagem natural para a linguagem matemática. No entanto, são os alunos “A1” e “A2” que discutem a atividade junto ao professor:

Professor: Sobre a inflação é possível expressar matematicamente o crescimento dessa taxa?

A1: Sim, através de um gráfico, uma tabela [...] Porque em alguns meses a inflação aumentou e em outros ela baixou?

Professor: De acordo a hipótese posso dizer que isso acontece linearmente?

Grupo: Sim

Professor: Para desenvolver preciso saber o que está variando? Quais são as variáveis?

A2: Inflação

A1 e A4: Meses

A1: Mais como eu posso montar essa tabela,

Professor: Preciso montar agora uma expressão que demonstre a partir dos dados que temos?

Os alunos em conjunto com a professora iniciam uma interpretação matemática dos dados contidos na atividade. A definição de variáveis aconteceu de modo oral e por meio dela foi elaborada uma tabela contendo a inflação nos respectivos meses.

Síntese da unidade de registro: A passagem da linguagem natural para a linguagem matemática ocorreu por meio da utilização de uma tabela, em que as variáveis matemáticas para o problema – tempo e inflação – foram expressas por todos os alunos do grupo. Percebeu-se que o registro gráfico não foi utilizado pelo grupo de alunos, embora tenham mencionado que poderiam utilizá-lo, mas encontraram dificuldades para elaborar o gráfico e interpretá-lo para a resposta à situação-problema.

Análise da unidade de registro *resolução*

³Questão 1: Com o aumento desenfreado da gasolina e etanol teve uma elevação no seu consumo?

⁴Questão 2: Qual o principal motivo do aumento do combustível? E o que faz esse aumento ser crescente?

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a fase de resolução corresponde a construção de um modelo matemático para responder a pergunta da atividade, e durante o desenvolvimento dessa atividade podemos observar os alunos engajados nessa fase da modelagem matemática quando os alunos partem para solucionar a questão três, sobre a inflação no ano de 2016.

Para que conseguissem desenvolver a questão três da atividade foi preciso o auxílio da professora, devido a dificuldades no entendimento. Juntamente com a professora, os alunos modelaram uma reta que apresenta a inflação no decorrer dos meses de 2015, utilizando a matemática para representar $i(n) = a.n + b$, em que i é a inflação (porcentagem) e n o tempo (meses). No diálogo é possível observar que a professora regular da turma dá dicas para a turma de como resolver o sistema:

Professor: Então tenho a coeficiente angular mais o b que é o coeficiente linear, certo?

A1: Sim [...] temos que substituir os valores né?

Professora regular: Vocês tem que montar o sistema eliminando uma letra.

A1: Posso cancelar o valor de b? Só colocar -1 cancelo essa parte. [...] Posso colocar só 2 casas depois da virgula

Professora: Agora só substituir os valores;

Professora regular: Da para vocês pegar dois pontos distintos

A1: Então cancelo b, e fica o valor 2,7564 depois dividido por 7

Professora: Isso mesmo, qual coeficiente encontramos mesmo?

A1: Coeficiente angular, agora posso pegar a expressão mais fácil e substituir os valor?

Os registros escritos de A2, A3, A4 e A5 contém o mesmo desenvolvimento, no entanto pelo diálogo dos alunos percebe-se que A1 é quem direcionou o desenvolvimento matemático do modelo (Figura 2).

The image shows handwritten mathematical work by student A1. On the left, a system of two linear equations is written: $\begin{cases} -7,1256 = -a - b \\ 9,9820 = 8a + b \end{cases}$. Below this, the student shows the elimination process: $2,7564 = 7a$, followed by $2,7564/7 = a$, and finally $\underline{0,393 = a}$. On the right, the student uses the value of a to find b : $a + b = 7,1256$, then $0,393 + b = 7,1256$, leading to $b = 7,1256 - 0,393$, and finally $\underline{b = 6,7326}$.

Figura 2: resposta da questão três da atividade aluno “A1”. Fonte: registro do aluno.

A Figura 2, mostra como o aluno A1 resolve o sistema para obter os valores do coeficiente angular e coeficiente linear da reta, e substituindo os valores obtidos chega-se ao modelo: $i(n) = 0,393.n + 6,7326$.

Síntese da unidade de registro: A fase da resolução consiste na etapa de permitir a análise dos aspectos relevantes da atividade, nesta etapa acontece o desenvolvimento algébrico do modelo matemático que visa resolver a questão três proposta. Mesmo todos os alunos apresentando registros escritos, durante a aula apenas um dos alunos direcionou as discussões e participou efetivamente da elaboração matemática do modelo. O método de resolução do sistema foi direcionado pela professora regular da turma e, nesse contexto, percebemos que os mesmos não tinham domínio deste conteúdo.

Análise da unidade de registro *Interpretação e Validação*

A interpretação dos resultados e validação consiste na análise de uma resposta para o problema. Todos os alunos conseguiram validar o modelo obtido, a Figura 3 representa a validação do modelo do aluno A2. Mesmo todos conseguindo validar o modelo matemático obtido, nenhum dos alunos fez a validação para todos os pontos da tabela inicial elaborada a partir dos dados da situação-problema, o que pode ter acontecido devido ao curto espaço de tempo em que a aula ocorreu (duas horas-aula). A interpretação dos resultados pode ser vista nos registros escritos dos alunos como resposta a letra d da questão 3 (Figura 3)⁵.

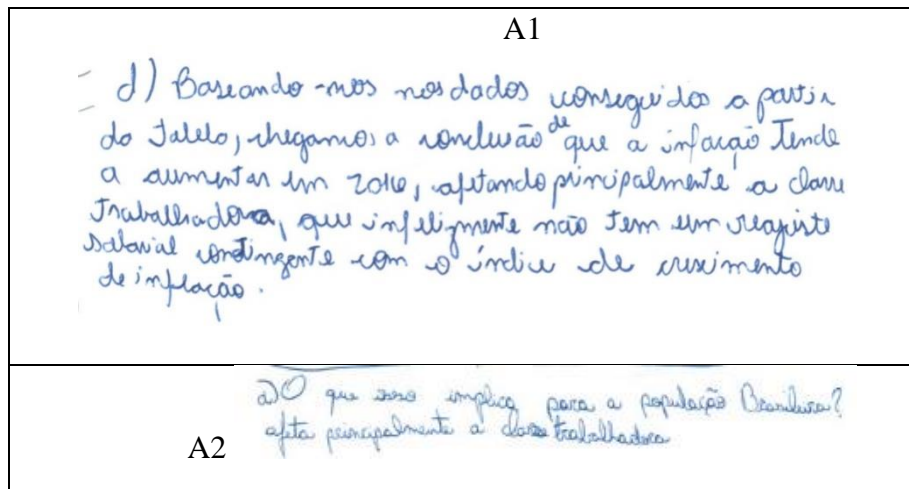


Figura 3: interpretação dos resultados aluno grupo G1. Fonte: registros dos alunos.

Usando o modelo matemático obtido foi possível encontrar a previsão para a inflação em 2016 (Figura 4).

$$\begin{aligned} c) \quad f(n) &= a \cdot n + b = f(13) = 0,393 \cdot 13 + 6,7326 \\ &= 11,8416 \end{aligned}$$

Figura 4. Previsão para inflação em 2016 aluno A1. Fonte: registro do aluno.

Síntese da unidade de registro: A fase de interpretação e validação dos resultados se caracteriza como um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica na validação da representação matemática obtida no desenvolvimento do modelo matemático. De modo geral, todos os alunos interpretaram os dados da tabela com um aumento crescente na inflação, mas apenas a aluna A1 esboça uma interpretação que relaciona problemas à população em decorrência do aumento da inflação. A validação do modelo matemático é feita apenas para um ponto, o que pode ter ocorrido devido ao tempo de realização da atividade – a qual foi realizada em duas horas-aula e devido ao sinal para a próxima aula os alunos tiveram que terminar a atividade e não puderam efetuar a validação do modelo em todos os pontos.

⁵ Colocamos no texto o registro de dois alunos, devido ao espaço reduzido de páginas.

Discussão dos resultados e considerações finais

Sobre a unidade de contexto, aspectos da modelagem matemática, de acordo com a análise específica de cada unidade de registro, inteiração, matematização, resolução e interpretação e validação dos resultados, podemos inferir que no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática todas as fases da modelagem matemática, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012) ficaram evidentes no trabalho dos alunos. Cada fase da produção dos alunos foi contemplada através dos registros escritos e oral dos alunos, de acordo com as análises percebemos que os alunos tiveram dificuldades para o entendimento, mas todos, com o auxílio da professora, realizaram a atividade e solucionaram os problemas colocados na situação-problema. A modelagem matemática possibilitou a oportunidade para os alunos utilizarem de conhecimentos antigos, por exemplo a resolução de sistemas de equações lineares, a análise do coeficiente angular e linear de uma reta, e de novos conhecimentos, como o ajuste de curvas, em particular de funções de primeiro grau, possibilitando um caminho para o *fazer* matemática em sala de aula, como afirma Meyer, Caldeira e Malheiros (2011). Por meio da observação de um tópico da realidade do aluno e da sociedade, partindo de questionamentos pré-estabelecidos, discussões e investigações, ações foram tomadas para o uso de conceitos matemáticos.

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos do ensino médio procuram entender os conceitos contidos no texto do jornal e da situação-problema entregue pela professora. Na fase de inteiração eles se identificam com a atividade e todos os alunos do grupo registram sua compreensão por meio das respostas às questões direcionadas na situação-problema. Podemos perceber a importância da elaboração de outras questões e de seu direcionamento, de acordo com San't Ana e San't Ana (2009), Almeida, Silva e Vertuan (2012) e com base no caso 1 de Barbosa (2001), com o intuito de demonstrar para os alunos que a modelagem está presente no dia a dia dos mesmos e pode auxiliar na revisitação ou na aprendizagem de conceitos matemáticos.

Sobre os conceitos matemáticos utilizados, de modo geral, os alunos do ensino médio registraram o ajuste de uma curva linear para solucionar o problema contido na atividade de modelagem matemática. Foi utilizado o ajuste por meio da resolução de um sistema de duas equações e duas incógnitas, o qual foi resolvido pelo método da adição, novamente, o aluno A1 foi quem direcionou o desenvolvimento matemático, os alunos demonstraram dificuldades para a resolução do sistema pelo método de adição, lembrando que o conteúdo foi visto no ensino fundamental.

Saber que matemática os alunos utilizam no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática pode guiar o professor em suas aulas, mostrando deficiências do processo de ensino e de aprendizagem, bem como potencialidades. Por exemplo, no ensino médio, mesmo os alunos estando no terceiro ano, não relacionaram conceitos recém-vistos na disciplina de matemática para resolver a atividade. Além das contribuições associadas ao uso de conceitos matemáticos em sala de aula, sinalizamos o potencial da modelagem matemática como uma alternativa pedagógica para o trabalho com conceitos matemáticos em sala de aula, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Referências

- Almeida, L. M. W.; Brito, D. dos S. (2005). Atividades De Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir. *Ciência & Educação*, Bauru, v.11, n. 3, p. 483-498.
- Almeida; Silva, k. P.; Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.

- Araújo, J. L. (2002). Situações Reais e Computadores: Os Convidados São Igualmente Bem-Vindos? In: *Bolema*– Boletim de Educação Matemática. Ano 16, n.19.
- Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Bardin, L. (2011). *Análise de Conteúdo*. São Paulo: Edições 70.
- Bassanezi, R. C. (1990). Modelagem como metodologia de ensino de matemática. In: *Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática*. Paris: UNESCO. p. 130-155.
- Brasil. (1997). Secretária de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- Brasil. (2016). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*, segunda versão revista. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em 21 mai.
- Caldeira, A. D. (2009). Modelagem Matemática: um outro olhar. *Alexandria -Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul.
- Caldeira, A. D. (2007). Etnomatemática e suas relações com a educação matemática na infância. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, p. 81- 98.
- Dias, M. R. (2005). *Uma Experiência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores*. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Ferreira, D. H. L. (2007). Modelagem Matemática no curso de licenciatura em Matemática: uma experiência. In: *Conferência Nacional Sobre Modelagem Na Educação Matemática, 5.*, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. 1 CD-ROM.
- Fidelis, R. (2005). *Contribuições da Modelagem Matemática para o pensamento reflexivo: um estudo*. 178f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Meyer, J. F. C. A.; Caldeira, A. D.; Malheiros, A. P. S. (2011). *Modelagem Em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Paraná. (2008). *Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná*. Secretaria de Estado da Educação, Paraná.
- Pires, C. M. C; Silva, M. A. (2011). Desenvolvimento curricular em matemática no Brasil: trajetórias e desafios. *Quadrante*. v. XX, n. 2, p. 57- 80.
- Sant’Ana, A. A.; Sant’Ana, M. de F. (2009). Uma experiência com a elaboração de perguntas e modelagem matemática. *Anais*. VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. Londrina, nov. p. 1-13.
- Santos, L. M. M.; Bisognin, V. (2007). Experiências de ensino por meio da Modelagem Matemática na educação fundamental. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. *Modelagem*

Matemática na Educação Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: Biblioteca do Educador Matemático SBEM, p.99 a 114.

Silva, L. A; Oliveira, A. M. P. (2012). As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro (SP).

Tambarussi, C. M.; Klüber, T. E. (2014). Focos da pesquisa stricto sensu em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: considerações e reflexões. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 6, n. 1, p.209-225.