

DA GEOMETRIA DE POSIÇÃO AOS SÓLIDOS DE PLATÃO: REFLEXÃO DE UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR E CONTEXTUALIZADA

From position geometry to platonic solids: a reflection upon an interdisciplinary and contextualized proposal

Diviane Maria Dias Rodrigues [divi.mdr@gmail.com]

André Maurício Brinatti [brinatti@uepg.br]

Luciane Grossi [lgrossi.uepg@gmail.com]

Universidade Estadual de Ponta Grossa

Campus Uvaranas - Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - CEP 84030-90

Recebido em: 04/08/2019

Aceito em: 27/01/2020

Resumo

Este trabalho relata os resultados da aplicação do Produto Educacional: Da Geometria de Posição aos Sólidos de Platão, utilizado em três turmas do Ensino Médio, em dois colégios da cidade de Ponta Grossa-PR. Trata-se de uma unidade didática composta de dois módulos, cada um dividido em aulas, com planos de unidades, planos de aulas, roteiro do docente e materiais didáticos diversificados. A pesquisa realizada é de cunho qualitativa de caráter interpretativo e de intervenção, sendo apresentadas reflexões dos processos de ensino e aprendizagem relacionadas com as suas aplicações. A análise foi feita a partir de dados obtidos coletivamente, na modalidade de grupos focais com o planejamento de atividades centradas nos discentes, pautada em métodos sociointeracionistas, utilizando-se de uma coleta/registo na formação de um portfólio que continha relatos descritivos qualitativos e/ou quantitativos por grupo baseados no relatório-avaliação. Das análises, observou-se que houve o processo de mediação: entre os discentes, durante as atividades e na plenária; entre discentes e docente, momentos de reparo de dúvidas apresentadas pelos discentes; e por meio da manipulação de materiais e discussões, cujas práticas levaram a observação da Matemática no cotidiano de maneira integrada.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem, educação básica, teoria de aprendizagem de Vygotsky.

Abstract

This paper reports the results of the application of the Educational Product: From Position Geometry to Plato's Solids, used in three high school classes, in two schools in the city of Ponta Grossa-PR. It is a didactic unit composed of two modules, each divided into classes, with unit plans, lesson plans, the teacher's script and diversified teaching materials. The research carried out is of a qualitative nature of an interpretative and intervention nature, with reflections on the teaching and learning processes related to its applications. The analysis was made from data obtained collectively, in the form of focus groups with the planning of activities centered on the students, based on socio-interactionist methods, using a collection / record in the formation of a portfolio that contained qualitative and / or descriptive reports. or quantitative by group based on the evaluation report. From the analyzes, it was observed that there was the mediation process: among the students, during the activities and in the plenary session; between students and teacher, moments of repair of doubts presented by students; and through the manipulation of materials and discussions, whose practices led to the observation of mathematics in everyday life in an integrated manner.

Keywords: Teaching and learning, basic educations, Vygotsky's learning theory.

Introdução

As escolas vêm sofrendo constantes mudanças em diferentes aspectos, como a inserção de tecnologias na educação e a criação da Base Nacional Curricular. Embora ainda não consiga competir com tamanho avanço tecnológico incorporado na sociedade atual e, principalmente, no meio social, o fato é de que há a necessidade da harmonização entre escola e sociedade, pois, essa mudança acelerada das estruturas sociais, materiais, institucionais e formas de organização da convivência, refletem diretamente nas formas de pensar e agir das pessoas, da sociedade e dos processos de ensinar e aprender (Imbernón, 2011).

Como uma forma de auxiliar os discentes no processo de aprendizagem, é descrito nesse trabalho uma proposta de inserção de materiais didáticos diversificados de Geometria de Posição e Espacial, que beneficiem a organização e o desenvolvimento das aulas de Matemática. E, que nesse sentido, está em acordo ao que os PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio) trazem com a seguinte afirmação:

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (PCNEM, 2000)

Utilizando como referências os documentos oficiais que tratam acerca dos conteúdos específicos da Matemática, percebe-se ao longo de toda a proposta dos PCNEM (2000), PCN+ (2002) (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais), e das DCE-PR (2008) (Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná), a necessidade de conduzir os assuntos de Geometria de Posição e Espacial, interligando-os com o cotidiano e com as disciplinas ministradas na Educação Básica, tais como, Arte, Física, Astronomia e Química.

Nos PCN+ (2002), destaca-se que:

A abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas. Ensinar Geometria no Ensino Médio deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos. (PCN+, 2002)

Utilizando os conceitos de Geometria de Posição e Poliedros Regulares, priorizou-se a interdisciplinaridade por meio de imagens, vídeos, aplicações, dinâmicas e questões mais contextualizadas que mostram a importância dos estudos de sólidos platônicos e, como alguns estudiosos abordaram esse conteúdo. Assim, apresentar a história do atomismo de Demócrito, o modelo do Sistema Solar de Kepler e os conceitos fundamentais da Cristalografia, neste contexto, são importantes para contextualizar o estudo da Geometria com as disciplinas citadas anteriormente e, também, em consonância aos documentos oficiais: PCNEM (2000), PCN+ (2002) e DCE-PR (2008).

Levando-se em consideração a tecnologia, Kenski (2012) explica que a sua definição provém da relação existente com técnicas e equipamentos; e por meio das novas tecnologias, conta-se com o conceito de inovação, sendo assim, surgem as Tecnologias da Inteligência, provenientes da necessidade do homem de se comunicar e se expressar. Desta forma, com o surgimento do processo de produção industrial, tem-se as TIC (Tecnologias de Informações e Comunicações): jornais, revistas, rádio etc. Após isso, na era digital, surgem as NTIC (Novas Tecnologias de Informações e Comunicações): a internet, os computadores, os recursos multimídias, as plataformas de ensino e aprendizagem (AVAs (Ambientes Virtuais de Aprendizagem), as redes sociais, etc). O campo fundamental que distingue essas três denominações é a linguagem. As tecnologias da inteligência se expressam fundamentalmente na linguagem oral (imaterial), as TIC na escrita e as NTIC na digital

(ambos materiais). E segundo Kenski (2012, p. 44), “a presença de uma determinada tecnologia pode induzir profundas mudanças na maneira de organizar o ensino”.

Assim, a reflexão de uma nova lógica de ensino surge devido a uma mudança social, que associa a tecnologia e a dinâmica do ensino à inúmeras possibilidades informativas e à diferentes modos de se ensinar e aprender Matemática.

Diante do que foi exposto, este trabalho trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo que investiga acerca da inquietação de se criar condições favoráveis no âmbito educacional. Para isso, teve como sustentação teórica a Educação Matemática por meio do relatório-avaliação baseado nas ideias de D'Ambrosio (1996), a realização de atividades no formato de grupos focais conforme apresentado por Kitzinger (2000), nas ideias de Santrock (2010) com o planejamento de atividades centrados nos discentes e, nas abordagens de ensino e aprendizagem considerando que o indivíduo participa ativamente na organização do seu conhecimento por meio de experimentos e experimentações diversificadas entre o meio social e individual, Vygotsky (1991).

Para isso, houve uma articulação de situações didáticas de ensino e aprendizagem por meio da problematização, onde os discentes se tornam investigadores na resolução de novos desafios matemáticos, com o objetivo de interpretar e compreender os mais diversos fenômenos do cotidiano, promovendo assim, a integração de materiais didáticos diversificados como subsídios nas ações da docente referentes ao ensino de Matemática, buscando sempre, a melhoria do entendimento daquilo que é ensinado em sala de aula.

A investigação se deu com base na maneira como os discentes reagem frente a uma proposta pedagógica interdisciplinar amparada por materiais didáticos diversificados, em uma perspectiva de contextualização a partir de conceitos históricos que serviram para auxiliar os discentes a compreenderem os conteúdos matemáticos de forma mais concreta.

A ação docente teve como intenção criar um ambiente propício que subsidiasse o ensino e aprendizagem com a utilização de instrumentos, dispondo para isso de uma organização diferenciada da sala de aula tradicional, desafiando os discentes a pensarem sobre a Matemática em específico a Geometria de Posição e Poliedros Regulares com um viés no cotidiano, sempre refletindo sobre a corroboração dos materiais didáticos diversificados para a aprendizagem dos discentes. Esta proposição baseia-se nos trabalhos de Guy Brousseau (1996), um dos fundadores da Didática da Matemática francesa, que idealiza o estudo da aprendizagem Matemática como uma revolução do ensino, no qual a docente atua apenas como um desafiador, instigando os discentes a construir seus próprios entendimentos.

Neste sentido, o presente trabalho teve como objetivo geral: Propor um PE (Produto Educacional) que contribua para a promoção do ensino da Geometria de Posição e Poliedros regulares a partir de materiais didáticos diversificados mediados por uma prática pedagógica interdisciplinar e contextualizada.

E como objetivos específicos: Estabelecer relações entre várias áreas do conhecimento com a Geometria de Posição e Poliedros regulares; levantar questões em forma de desafios referente aos assuntos abordados; explicar questões Matemáticas referentes ao estudo de Geometria de Posição e Poliedros regulares; identificar o nível de interesse dos discentes frente ao desenvolvimento das aulas; reconhecer possíveis erros de significação.

A fim de apresentar de forma sucinta as especificações dos domínios conceituais e metodológicos desta pesquisa é apresentado o diagrama V na Figura 1.

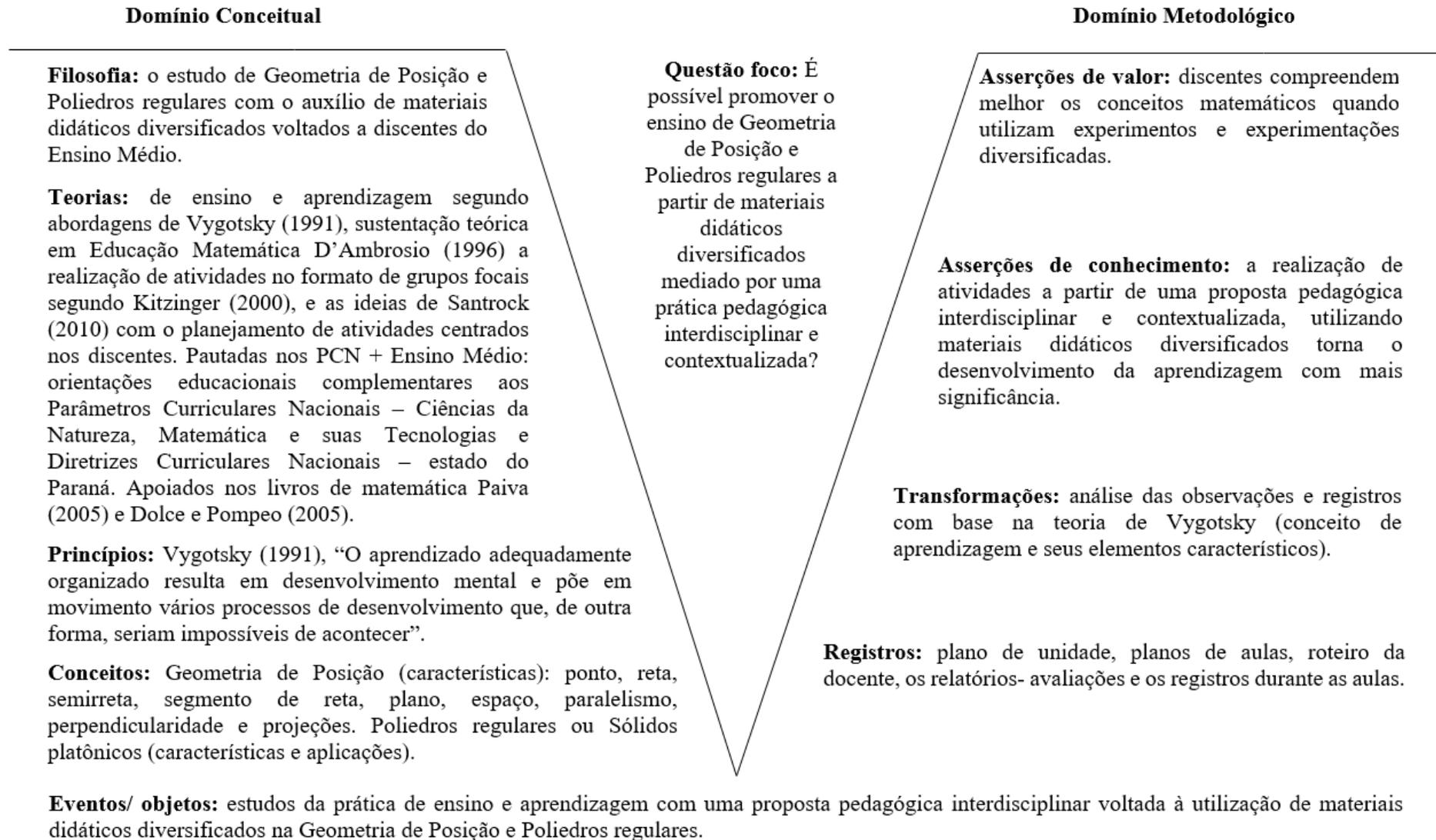


Figura 1: Diagrama V da pesquisa

Descrição geral do Universo de cada aplicação

A escolha dos colégios, bem como das turmas que participaram da pesquisa se deu aleatoriamente. Pretendia-se ter no mínimo 20 alunos em cada uma das aplicações, para que os discentes fossem divididos em 5 grupos, com no mínimo 4 alunos em cada.

Como a docente pesquisadora, na época de aplicação do PE, não estava trabalhando na rede de ensino, foram convidados dois colégios da região de Uvaranas, bairro onde está localizado a Universidade Estadual de Ponta Grossa. Os colégios prontamente aceitaram o convite e, de acordo com a disponibilidade de horários e salas de aula, o PE foi adaptado a cada turma participante.

Em reunião, entre a pesquisadora e equipe pedagógica dos colégios, foi enfatizado que deveriam ser turmas do Ensino Médio, sem focar nas séries, visto que a ideia da pesquisa atenderia a todas as séries, uma vez que a proposta retoma algumas noções básicas de Geometria, ensinadas no Ensino Fundamental. Além disso, reforçou-se que o PE traz, de forma contextualizada e interdisciplinar, aplicações à Geometria de Posição e Poliedros Regulares.

É preciso reforçar aqui que as turmas que participaram da aplicação do PE não eram conhecidas da docente, portanto, no início não foi possível identificar o nível de aprendizagem que os mesmos estavam para participar das aulas. As turmas eram heterogêneas, com faixas etárias e níveis de ensino diferentes, com exceção da primeira e segunda aplicação em que todos os discentes da turma estavam no mesmo nível de ensino, porém em salas diferentes.

A direção e as professoras do colégio A decidiram por bem fazer o convite ao segundo ano do Ensino Médio integrado ao curso técnico em Agropecuária, visto que esses discentes no momento tinham a disponibilidade de horários para a participação, como foi estipulado no mínimo 20 discentes, a própria coordenação fez o convite aos alunos e aqueles que tiveram interesse se inscreveram, totalizando 22 discentes.

A direção e coordenação dos cursos técnicos do colégio B estendeu o convite a todos os alunos do Ensino Médio integrado aos cursos de Alimentos e Química. Como incentivo a participação do PE, ficou acordado que a participação deles contaria como horas complementares. A lista de discentes que aceitaram o convite extrapolou a quantidade mínima de 20 alunos, por esse motivo, as coordenações decidiram por bem dividir as turmas de acordo com a disponibilidade de salas e horários da escola.

Desta forma, no colégio B, a segunda aplicação do PE, contou com 30 discentes dos cursos técnicos de Alimentos e Química, do 1º ao 4º ano; e a terceira aplicação no mesmo colégio contou com 20 discentes dos cursos técnicos de Química, dos 1º anos.

Produto Educacional: descrição e método de aplicação

O PE: Da Geometria de Posição aos Sólidos de Platão foi escrito com o objetivo de auxiliar docentes de Matemática que desejam desenvolver em sala de aula, atividades relacionadas aos estudos de Geometria de Posição (características): ponto, reta, semirreta, segmento de reta, plano, espaço, paralelismo, perpendicularidade e projeções, Poliedros Regulares ou Sólidos Platônicos (características e aplicações).

A aplicação do PE foi realizada em dois módulos didáticos distintos em relação ao número de aulas, ou seja, Módulo 1 com cinco aulas, utilizado na primeira aplicação e o Módulo 2 com sete aulas utilizado na segunda e terceira aplicações, divididos em: planos de unidades, planos de aulas e roteiro do docente.

- Planos de Unidades, um para cada módulo: documento de registro que contém todas as informações pertinentes aos assuntos tratados na aplicação do referido PE, sendo esses dispostos em itens que são descritos na sequência.

I. Identificação - constituído pelo nome do colégio participante, o curso, nesse caso, o Ensino Médio, a disciplina trabalhada, Matemática, a identificação do docente responsável pelo mesmo, o ano letivo e a carga horária necessária para o desenvolvimento do PE.

II. Competências e Habilidades - baseados nos PCN+(2002) – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, relatado nos conteúdos e habilidades propostos para a unidade temática de Geometria Espacial. Idênticos aos dois módulos, a saber: Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos; resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos em espaço e de forma; usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções; utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.

III. Objetivos - os gerais que norteiam o trabalho docente durante a execução do PE e que são relacionados ao que se espera do discente após a aplicação do Produto Educacional. Também idênticos aos módulos e são: Utilizar a matemática investigativa empregando materiais didáticos representativos diversificados como objetos de aprendizagem; estabelecer conexões existentes entre alguns tópicos de Geometria de Posição e Espacial em conhecimentos aplicados em outras áreas.

IV. Conteúdo Programático - descrição em itens de todos os conceitos que contemplam o PE, divididos entre os assuntos de Geometria de Posição e Geometria Espacial, conteúdos esses especificados por aula como subitem. Como cada módulo tem números diferentes de aulas, na sequência é apresentado o conteúdo para cada caso.

Módulo 1:

Aula 1 - Ponto, reta, plano e espaço: características, paralelismo, perpendicularidade;
 Aula 2 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: características;
 Aula 3 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: cubo, convexidade e não convexidade;
 Aula 4 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: tetraedro e octaedro;
 Aula 5 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: aplicações.

Módulo 2:

Aula 1 - Ponto e reta: características;
 Aula 2 - Plano e espaço: características;
 Aula 3 - Paralelismo, perpendicularidade e projeções ortogonais: características;
 Aula 4 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: cubo, convexidade e não convexidade;
 Aula 5 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: características;
 Aula 6 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: tetraedro e octaedro;
 Aula 7 - Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: aplicações.

Observação: Embora o Módulo 2 apresente duas aulas a mais em relação ao Módulo 1, o conteúdo trabalhado é o mesmo, a Aula 1 do Módulo 1, foi dividida em 3 aulas no Módulo 2. Os módulos possuem números de aulas diferentes, pois foi acordado entre pesquisadora e equipe pedagógica dos colégios A e B devido a disponibilidade de salas e atividades dos discentes no ambiente escolar.

V. Metodologia - explícita como devem ser ministradas as aulas do PE, isto é, priorizando discussões e favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial como linguagem nas diversas situações. Nesse item são expostas as dinâmicas das aulas, estas compostas por vários momentos que são idênticos aos dois módulos e descritos na Tabela 1.

VI. Avaliação - descritas na Tabela 1 como *Relatando a Atividade*, relatório-avaliação proposto por (D'Ambrósio, 1996, p. 72) e idêntica aos dois módulos.

VII. Recursos Didáticos, apresenta todos os recursos utilizados nas aulas de maneira geral e idêntico aos dois módulos.

VIII. Bibliografia descreve as referências básicas e complementares para a descrição do plano de unidade, sendo eles, livros consultados para divisão de conteúdo, realização de atividades e avaliações e idêntica aos dois módulos.

A Tabela 1 apresenta os momentos de cada aula e suas respectivas dinâmicas.

Tabela 1

Método geral – momentos e dinâmicas

Momentos	Dinâmicas
Introdução	<u>Observando a Geometria de Posição e Espacial no dia a dia:</u> Dinâmica de grupo mediada com vídeos ou imagens para ilustrar as questões norteadoras da aula, e consiste em apresentar aos discentes algumas imagens ou vídeos que se relacionem com os assuntos de cada aula de forma contextualizada.
Desenvolvimento	<u>Mão na Massa:</u> Dinâmica de grupo mediada pela manipulação ou construção de aparatos de Geometria de Posição e Espacial. Nessa dinâmica ora os discentes manipulam os materiais fornecidos pela docente, ora constroem seus próprios materiais representativos relacionados com os assuntos de cada aula. <u>Retomando as Questões:</u> Dinâmica de grupo mediada pela retomada das questões iniciais após a manipulação e/ ou construção de materiais. É uma dinâmica onde os discentes devem corrigir juntamente com a docente as questões iniciais, em forma de plenária. <u>Convergingo Ideias:</u> Nesse momento, a docente apresenta em slides a teoria do que os discentes investigaram por meio das questões e manipulações de materiais, sempre traçando parâmetros entre eles.
Síntese integradora	<u>Investigando as Características:</u> Dinâmica em grupo, onde os discentes devem, em formato de plenária, discutir as características observadas com os demais colegas da turma, seguindo alguns pontos destacados pela docente.
Avaliação	<u>Relatando a Atividade:</u> a partir do relatório-avaliação, dinâmica individual descritiva ou em grupo, em que cada discente ou equipe descreve tudo o que foi capaz de perceber e aprender com a aula, principalmente em relação às atividades respondidas em formato de plenária. Nesse momento, eles podem deixar sugestões sobre a aula e a atuação da docente.

Finalizado a descrição dos planos de unidades, tem-se na sequência a descrição dos planos de aulas.

- Planos de Aulas (Módulo 1 e Módulo 2): planejamento de cada aula de acordo com o assunto. Na sequência, a fim de exemplificar, apresenta-se um plano de aula comum aos dois módulos, Aula 5, Módulo 1 idêntico a Aula 7, Módulo 2.

I. Identificação - semelhante ao plano de unidade com indicação de carga horária de uma aula com 50 minutos.

II. Assunto - especificando o que é trabalhado em cada aula. A saber: Sólidos platônicos ou Poliedros Regulares: aplicações.

III. Competências e habilidades - utiliza-se os itens mencionados anteriormente no plano de ensino, porém mais específico de acordo com cada aula. A saber: Identificar características de figuras planas ou espaciais; resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

IV. Objetivos - o que os discentes precisam atingir no desenvolvimento da aula. A saber: Citar as propriedades de sólidos platônicos: tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro: aplicações; descrever conhecimentos de poliedros platônicos adquiridos através da manipulação de materiais.

V. Momentos da aula - este apresenta a introdução/incentivação, desenvolvimento e síntese integradora, subdivididos em itens, descritos na Tabela 1.

VI. Recursos físicos - descrição de todos os materiais utilizados para o bom desenvolvimento da aula: quadro e giz, TV, pendrive, materiais didáticos diversificados (cubinhos em MDF, além dos demais já citados que foram utilizados em todas as aulas, Figura 3 (a), (b), (c)).

VII. Bibliografia - semelhante ao plano de unidade, descreve as referências básicas e complementares para a descrição dos planos de aulas.

A última parte do PE refere-se aos roteiros dos docentes, descritos na sequência.

• Roteiro do Docente (um por aula): uma explanação da maneira como a docente organiza as aulas voltadas para a sua prática em sala e nas previsões de respostas dos discentes antes da aplicação de cada uma delas.

Novamente, a fim de ilustrar e exemplificar o material e aplicação, apresenta-se um exemplo da dinâmica Observando a Geometria de Posição e Espacial do dia a dia, aula 1, com as orientações de aula do roteiro do docente que no caso são comuns aos dois módulos. Inicialmente, apresenta -se a Figura 2 e em seguida se faz a pergunta.



Figura 2: Alinhamento de pontos

Fonte: De “Pixabay” de H. Peter, 2017 Recuperado de, <https://pixabay.com/pt/ferrovi%C3%A1ria-parecia-faixa-trem-2439189/>.

Questão 1 - Na imagem, observamos um trilho de trem, composto por perfis de aço laminado, dispostos de forma paralela entre si, sobre dormentes (travessas) as quais são peças de madeira. Os trilhos ou carris são fixados sobre os dormentes através de elementos de fixação, compostos por grampos ou tira fundos, que os delimitam. Nessa imagem, as travessas, nos fornece uma representação de um segmento de reta, sendo ele:

- a) limitado por dois pontos da reta.
- b) ilimitado.
- c) uma infinidade de pontos alinhados e ilimitados.
- d) limitado, porém infinito.
- e) limitado no início e ilimitado no fim.

Nessa questão, o docente deve ressaltar que os alunos olhem com atenção para as travessas de madeira fixada nos trilhos por grampos ou tira fundos, elas podem ser entendidas como representações de um segmento de reta limitado por dois pontos, assim a alternativa a) é a correta. É importante que acertando ou não a alternativa, cada uma delas seja discutida para ficar compreendida a justificativa da escolha correta.

Após discussões debatidas anteriormente sobre reta e o significado de segmento, os discentes concluíram que as alternativas b) e c) se aproximam mais da característica de uma reta, a letra d) não caracteriza nenhum dos elementos estudados na Geometria de Posição, enquanto a letra e) caracteriza uma semirreta.

Na Figura 3, são apresentados os materiais que foram utilizados em todas as aulas do PE. Um conjunto de materiais composto pelos cinco sólidos platônicos fixados a um palito de churrasco, utilizados como representação das letras de **a** até **e**, alternativas das questões referentes a dinâmica – Observando a Geometria de Posição e Espacial no dia a dia, sendo que cada letra está associada à um sólido, **a**-tetraedro, **b**-hexaedro, **c**-octaedro, **d**-dodecaedro, **e**-icosaedro, conforme se observa na Figura 3(a); um sólido de papelão representando cada equipe, exposto na Figura 3(b); uma pasta/portfólio que contém os relatórios avaliativos que todos os participantes devem preencher no momento: Relatando a Atividade, sendo parte do material de registro, exposto na Figura 3(c).

(a)



(b)



(c)



Figura 3: Conjunto de materiais de cada equipe: (a) alternativas, (b) sólidos representativos da equipe e (c) pasta/portfólio.

A docente produziu as aulas em *power point* pensando em todos os momentos da aula mencionados na Tabela 1. A Figura 3 também serve para exemplificar o tipo de material elaborado para utilização em todas as aulas.

O primeiro momento, denominado: Observando a Geometria de Posição e Espacial no dia a dia, foi composto por fotos e/ou vídeos para a observação das características dos assuntos abordados na aula. Exemplo citado na descrição do Roteiro do docente, Figura 2, Questão 1.

O segundo momento, denominado de Mão na Massa, contava com o auxílio dos instrumentos – aparatos de Geometria de Posição e Espacial construídos ora pela docente, ora pelos discentes, tornando possível que as características do material elaborado fossem relacionadas com o assunto que estava sendo explorado. A Figura 4 mostra o material elaborado e descrito no roteiro do docente, comum aos Módulos 1 e 2, aula 5 e aula 7, respectivamente, Na Figura 4 (a) cubo; Figura 4 (b) tetraedro; Figura 4 (c) octaedro.

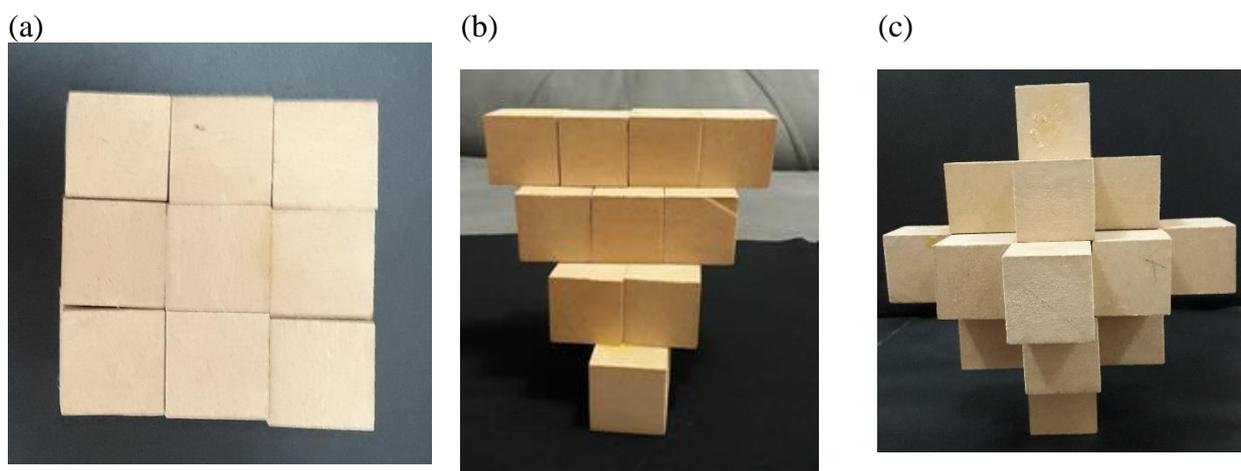


Figura 4: Materiais em MDF utilizados em uma das dinâmicas Mão na Massa

Nesse caso, coube a docente, distribuir os materiais (cubinhos de MDF), propondo aos discentes o desafio de construírem um cubo com as dimensões solicitadas, um tetraedro e um octaedro. Cada equipe discutiu entre eles, as características relacionadas ao sólido observando o material e relembrando as questões estudadas anteriormente em outros momentos da aula.

- Método de aplicação

Tomando por base as teorias apresentadas na Figura 1, que fundamentam a pesquisa, todas as aulas foram elaboradas com a intenção de caracterizar os conceitos amplos de Geometria de Posição e Poliedros Regulares, utilizando materiais representativos, ora construídos pela docente e manipulados pelos discentes, ora construídos e manipulados pelos discentes, assim como apresentar aos discentes a presença e algumas aplicações dos sólidos em seu cotidiano, dessa forma não priorizando memorização de fórmulas ou cálculos extensos como o visto nas aulas tradicionais.

As aulas aconteceram após a elaboração do plano de unidade, dos planos de aulas, dos materiais diversificados e dos roteiros do docente, segundo Santrock (2010), em que o planejamento foi com foco centrado nos discentes. No entanto, para garantir a análise e reflexão da aplicação, os documentos elaborados contém descrições sobre: a prática da docente em sala de aula com atividades centradas nos discentes em formato de grupos focais, os encaminhamentos de acordo com as abordagens de Vygotsky, possíveis respostas dos discentes as questões elaboradas, roteiros do docente, a confecção e uso dos materiais didáticos diversificados de Geometria de Posição e Espacial.

Ao decorrer de todas as atividades, procurou-se identificar e sanar dúvidas decorrentes do processo de ensino via aprendizagem dos discentes, por meio de relatórios-avaliações baseadas nas proposições de Educação Matemática, segundo Ubiratan D' Ambrósio (1996, p.72).

A cada aula, a docente, com base nos relatórios dos discentes, do envolvimento em sala de aula e do nível de aprendizagem da turma, reformulava as aulas seguintes, pensando sempre na

melhor maneira de atingir os objetivos propostos no plano de unidade e nos planos de aulas, refletindo as ações em relação ao ensino e reorganizando as práticas que não foram bem-sucedidas, para que assim fosse possível prever práticas que colaborassem com a aprendizagem dos discentes.

A aula inicial foi elaborada como diagnóstico a partir das percepções e conhecimentos prévios dos discentes relacionados aos conceitos básicos de Geometria de Posição, foram divididos os grupos para serem trabalhados durante todo o desenvolvimento do PE, sendo o total de cinco, representados por cada um dos sólidos platônicos. Os grupos foram nomeadas como: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro, essas formadas na primeira aula do PE e seguindo até a última aula com a mesma formação.

Vale ressaltar que na abordagem de Geometria Espacial, foram estudados apenas os sólidos platônicos também conhecidos como Poliedros Regulares. O primeiro contato com o assunto se deu na mesma dinâmica, no primeiro momento, Geometria de Posição e Espacial no dia a dia, descrito na Tabela 1. Os discentes utilizaram os conceitos estudados em Geometria de Posição, auxiliados pelos materiais manipulados na dinâmica Mão na Massa e investigaram os sólidos representativos das equipes, Figura 3(b) que receberam na primeira aula do PE.

Nas aulas seguintes, na dinâmica Mão na Massa, os discentes manipularam cubos de espuma com cortes para compreenderem a ideia de convexidade, cada equipe construiu um tetraedro e um octaedro de canudinhos e manipularam os sólidos feitos de papelão. E, por fim, em formato de desafio utilizaram os cubinhos de MDF para construir um tetraedro, um hexaedro e um octaedro.

Análise qualitativa

A coleta de dados foi por meio da análise de documentos dos discentes, relatórios-avaliações, os quais registravam suas dúvidas e sugestões ao final de cada aula, além dos registros da própria docente, sendo estes documentos analisados: o plano de unidade, respectivos planos de aulas, e roteiro do docente, elaborados previamente e posteriormente confrontados com os registros feitos pela própria docente após cada aula ministrada.

Foram analisadas as reações dos discentes frente a uma nova proposta de ensino e aprendizagem de Geometria de Posição e Poliedros Regulares de maneira contextualizada utilizando material didático diversificado, com realização de atividades centradas nos discentes a partir de estratégias baseadas nos grupos focais e fundamentadas na teoria sociointeracionista.

Discussão dos resultados

Nas aplicações do PE foram apresentadas diversas situações em que os indivíduos participantes tiveram papéis importantes para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

O ambiente e os materiais diversificados tornam-se ferramentas que colaboram com o desenvolvimento do método de ensino utilizado, elencando sempre elementos da teoria de Vygotsky (1991). Assim sendo, descrever todas as etapas, relacionando ações à teoria é de suma importância. Nesse sentido, aqui são elencados alguns conceitos de sociointeracionismo às ações ao longo das aplicações.

No decorrer da aplicação do PE, a cada encontro, observou-se alguns indicativos da autonomia dos discentes, ao utilizarem os materiais para justificarem suas percepções sobre os assuntos abordados.

Durante as observações das aulas feitas pela docente percebeu-se que no primeiro encontro das três aplicações, o olhar dos discentes era mais apreensivo, com pouca participação nas aulas, mas que no decorrer do processo foi aumentando gradativamente.

Acredita-se que no início os discentes estavam com medo das avaliações sobre os assuntos em aula, mas, perceberam que os fatores mais importantes não eram seus erros e sim o desenvolvimento das aulas e, que para o processo ocorrer de forma mais dinâmica contava-se com uma participação efetiva de cada um deles, expondo sempre suas opiniões.

Para a promoção do ensino de Geometria de Posição e Poliedros Regulares, contou-se com a aprendizagem mediada por uma prática pedagógica interdisciplinar e contextualizada com a utilização de materiais didáticos diversificados.

A aprendizagem mediada depende de uma ligação entre o ser humano e o ambiente e, define os conhecimentos adquiridos e, Vygotsky cita dois tipos de elementos da mediação - os instrumentos e os signos - que representam os sistemas simbólicos e psicológicos do indivíduo.

Pode-se encontrar elementos da mediação na dinâmica - Observando a Geometria de Posição e Espacial no dia a dia, pois segundo a ideia do autor referenciado nesta pesquisa, o papel da mediação é aproximar o homem e o mundo, no caso dessa dinâmica, os instrumentos são: fotografias e vídeos que relacionam as ideias de Geometria de Posição e Poliedros Regulares, sistemas simbólicos, ao homem e o mundo. Utilizando os instrumentos, os discentes conseguem então ativar os signos, que funcionam como elementos da atividade psicológica, quando por meio da interação social eles devem optar por uma das alternativas de cada questão embutida em uma imagem e/ou vídeo.

Nas dinâmicas ao longo das aulas podem ser encontrados implicitamente as relações entre docente-discente e explicitamente entre os próprios discentes que destacam o envolvimento de todos no desenvolvimento das aulas. Por exemplo, na dinâmica - Convergindo Ideias, há uma relação docente-discente, quando a docente expõe aos discentes suas contribuições sobre os assuntos estudados, e na dinâmica - Observando a Geometria de Posição e Espacial no dia a dia, há a relação discente-discente no momento em que eles conversam entre si dentro das equipes para chegar a uma conclusão sobre a alternativa correta.

Na primeira aplicação, primeira aula, todas as equipes se empenharam em responder as questões, mas uma se saiu melhor em relação as outras, pois conseguiu chegar a uma conclusão coerente em relação as respostas das questões. Há indícios de que membros da equipe tinham uma Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) maior do que a proposição da atividade, pois não tiveram dificuldades.

Em contrapartida, notou-se que as discussões mais intensas nessa aula partiram de uma outra equipe, porém, apesar do forte debate, eles não chegaram a um acordo quanto a resposta de cada questão e, muitas vezes, consideravam a resposta do colega que argumentava melhor sobre a alternativa correta, mas muitas das vezes esses argumentos eram errôneos, então, eles chegavam a uma resposta incorreta.

No momento - Convergindo Ideias, a docente reforçava as ideias que ainda não estavam claras, além de fundamentar as proposições dos assuntos de cada aula, nesse caso sempre havia a mediação docente na tentativa de minimizar erros referentes a conceitualização ou até mesmo sanar dúvidas referente as questões.

A docente explicava o porquê de cada alternativa correta e também as incorretas nas questões da dinâmica introdutória. Houve casos em que as questões eram muito bem debatidas pelos discentes, porém às vezes por falta de significados em alguns termos da Matemática os discentes acabavam por errar as questões, mesmo nesses casos a docente ouvia os debates, mas sem opinar. Ela só interferia e contribuía com a aprendizagem em um momento citado no início desse parágrafo.

Da primeira aplicação para as demais, a docente percebeu que alguns discentes ficavam retraídos quando ela chegava perto para ouvir as discussões dos grupos, portanto nas demais aplicações ela optou por não ficar indo nas equipes, mas observar ao longe as discussões.

Alguns assuntos eram muito bem debatidos nas equipes, porém em alguns casos, algumas características estavam sendo desprezadas por eles. Evidencia-se, que os signos não estavam esclarecidos, talvez porque no momento da resposta das questões eles contassem apenas com os conhecimentos adquiridos ao longo da vivência escolar, a interpretação das imagens era muito importante na análise das questões.

As imagens e vídeos eram utilizadas como auxílio para as respostas, ou seja, instrumentos que poderiam auxiliar a desenvolver uma significância na aprendizagem dos alunos. Algumas vezes a docente observou que as imagens e vídeos não eram suficientes para desenvolver a ZDP das equipes.

Na primeira aplicação, aula 2, os discentes utilizaram a planificação dos sólidos para montagem do mesmo, pelo fato da pesquisa ser realizada em um tempo mais curto nessa primeira aplicação. A docente viu a necessidade de iniciar com o material diversificado para esclarecer algumas dúvidas da aula anterior. Nas demais aplicações essa prática foi modificada, devido ao tempo de cada aula, nas segunda e terceira aplicações os discentes manipulavam os sólidos platônicos de papelão, ao invés de montá-los.

Na primeira aplicação aula 5, no desafio de montagem do tetraedro, a docente deu a eles um tempo para a montagem, porém, nenhuma equipe conseguiu concluí-lo com sucesso, segundo os discentes eles não conseguiam imaginar um tetraedro construído de cubinhos, para o octaedro eles pensavam na pirâmide e ficava mais fácil de tentar montá-lo, no tetraedro eles não associavam a outro sólido, só lembravam que ele deveria conter 4 faces e 4 vértices.

Na segunda aplicação, os discentes o montaram com a mediação da docente que, decidiu orientá-los sobre a montagem, sem mostrar o exemplo de como ficaria, mas enfatizando algumas características que deveriam ser consideradas sobre o tetraedro. Portanto essa prática foi modificada e pôde ser percebido alguns indícios de que houve uma melhora na conclusão das atividades.

Nas dinâmicas - Geometria de Posição e Espacial no dia a dia, Mão na Massa; Retomando as Questões; Convergindo Ideias; Investigando as Características e Relatando a Atividade foi possível perceber aspectos de que os discentes resolvem as questões através de uma conexão estabelecida internamente entre estímulo e o signo auxiliar correspondente.

No momento Mão na Massa, constatou-se uma pré-disposição em aprender por parte dos discentes e, uma redução na distância entre a teoria e a prática. Isso foi observado a partir das reações de cada equipe, quando não somente respondiam questões, mas manipulavam algum tipo de material para aumentar sua ZDP. Em relação ao ensino, observou-se que por meio do método aplicado, a mediação ocorre por meio da interação com instrumentos e signos.

Para Lev Vygotsky (1987), o surgimento dos processos sociais advém dos processos mentais superiores (pensamento, linguagem, comportamento); o desenvolvimento cognitivo se dá a partir da transformação de relações sociais em funções mentais, ou seja, primeiro em nível social e depois em nível individual, primeiro entre pessoas (interpessoal) e após no interior do sujeito (intrapessoal).

No desenvolvimento deste PE, podem ser encontrados elementos interpessoais e intrapessoais quando os discentes discutem as questões com seus colegas ao longo de todas as atividades, internalizando os conteúdos e os expondo ao longo da aula e ao final na avaliação individual e/ou em equipe, sendo este em formato de um relatório-avaliação baseado na proposta de Ubiratan D'Ambrosio (1996, p. 72). Destaca-se aqui que o relatório proposto na pesquisa possui suas especificidades, visto que as turmas onde ocorreram as aplicações não são titulares da docente,

portanto, ela não conhece a realidade das turmas tampouco foi feita uma pesquisa sociocultural nas mesmas.

Quando destacado aqui que o relatório-avaliação foi baseado na proposta de D'Ambrosio, significa que alguns pontos foram evidenciados após o estudo da ideia proposta por ele, mas o relatório em si não é uma cópia do seu modelo.

No relatório-avaliação desta pesquisa, os discentes relatam e ilustram ao final de cada aula o que aprenderam, além de descreverem suas dúvidas e deixarem sugestões a docente, de modo a levá-la a reflexão da sua prática, para possíveis ajustes as próximas aulas, prevendo assim, a melhoria da aprendizagem dos discentes.

Nas dinâmicas, podem ser encontrados implicitamente as relações entre docente-discente e explicitamente entre os próprios discentes que destacam o envolvimento de todos no desenvolvimento das aulas.

Nas dinâmicas - Observando a Geometria de Posição e Espacial no dia a dia; Mão na Massa; Retomando as Questões; Convergindo Ideias; Investigando as Características e Relatando a Atividade é possível perceber aspectos da ZDP quando os discentes partem daquilo que conhecem para formalizar características dos assuntos relacionados em aula.

A fim de elencar no projeto cada momento em que as ideias-chaves do sociointeracionismo segundo Vygotsky podem ser compreendidos implicitamente ou explicitamente ao longo do PE, foi elaborado pelos pesquisadores um mapa conceitual, compreendido entre a teoria e a prática aqui sugerida, Figura 5.

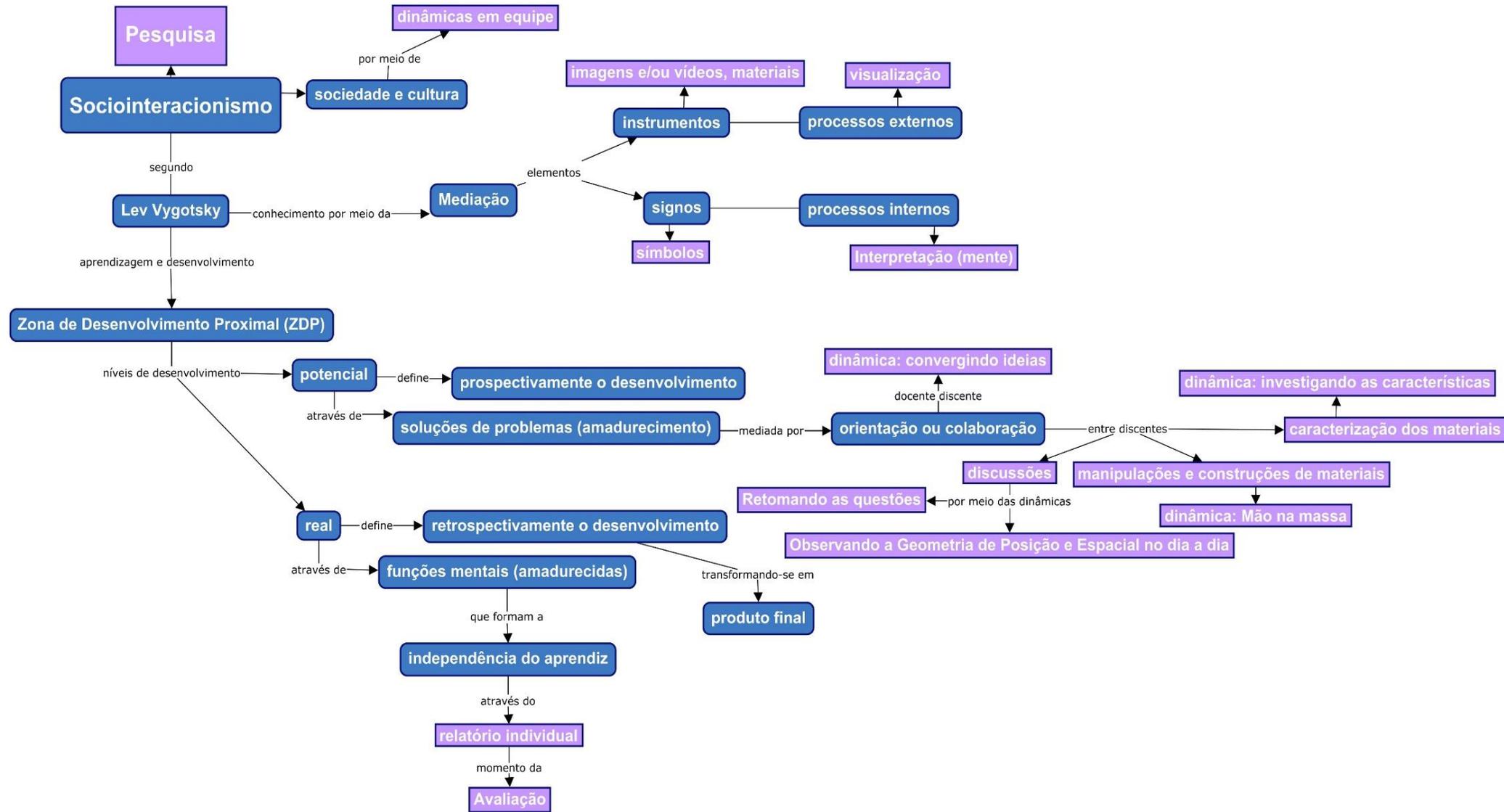


Figura 5: Mapa conceitual: Pesquisa X Teoria

Considerações Finais

Após a aplicação do Produto Educacional e decorrente análise, observou-se que a sequência de aulas realizadas viabilizou um bom estudo de Geometria de Posição e Poliedros Regulares, sendo que as dinâmicas utilizadas propiciaram uma melhor interação entre os discentes. Houve indícios da mediação de um ou mais integrantes das equipes nas discussões das questões, na plenária e intervenção na ZDP. Foi possível compreender que na relação entre os discentes e docentes, a docente se tornou a mediadora a sanar as questões erradas ou equivocadas dadas pelos discentes, colaborando assim, com o aumento da ZDP de cada um deles.

Quanto aos assuntos abordados em cada aula, houve indícios de que a mediação se deu no decorrer das aulas, com a manipulação de materiais e discussões entre as equipes, onde as práticas levaram os mesmos a observar a Matemática no cotidiano de maneira integrada com aplicações aumentando assim a abrangência da ZDP dos discentes, pois, muitas vezes eram compreendidos os significados dos assuntos através da mediação de instrumentos, não apenas por meio da teoria, mas também da prática.

Quanto à prática docente, a fim de tornar as atividades bem-sucedidas, os planejamentos foram realizados com foco nos discentes, centrando as estratégias de desenvolvimento de aprendizagem com orientação por parte da docente, para se alcançar os objetivos de cada aula.

Para construir representações úteis do conhecimento e para adquirir as estratégias de pensamento e de aprendizagem necessárias para juízo de valor da aprendizagem, ao fim de cada aplicação havia a reflexão de como foram as aulas e melhoramento de cada uma das mesmas, caso houvesse necessidade, visando um melhor desempenho dos discentes.

Os resultados analisados indicam que o Produto Educacional desenvolvido a partir desse tema se mostrou frutífero, uma vez que proporcionou avanços no processo de ensino e aprendizagem pois, os discentes em contato com os materiais didáticos diversificados e com o uso de estratégias por meio de grupos focais, propiciou que os discentes demonstrassem interesse e engajamento na participação de cada atividade proposta.

Ao longo do desenvolvimento do PE, em relação aos discentes, à medida que se trabalhava os assuntos, percebia-se o nível de aprofundamento que poderia se atingir nas aulas seguintes.

A cada aula a docente avaliava a sua prática e, conseqüentemente os resultados em termos de participação e objetivos alcançados por parte dos discentes, assim sendo, foi possível sempre adequar as aulas seguintes ao grau de maturidade que eles alcançavam nas aulas anteriores, para avançar com os assuntos.

A maior dificuldade para o desenvolvimento dessa pesquisa girou em torno de conseguir colégios para as aplicações, visto que a docente pesquisadora não estava com turmas no ano de aplicação. Após, as escolhas e aceitação dos colégios em participar das pesquisas, a aplicação se tornou mais simples. Embora, a criação dos instrumentos, planos de unidades e de aulas tenham sido bastante trabalhosos.

Em aplicações futuras do Produto Educacional, espera-se que a docente seja a responsável pelas turmas e, com isso, tenha melhor conhecimento sobre os discentes para que alguns aspectos sejam revistos e analisados a fim de trabalhar no sentido que haja maiores evidências de alteração nas ZDP de cada discente.

Por fim, espera-se que o Produto Educacional desta pesquisa, nesta versão e em suas futuras revisões, seja amplamente utilizado, servindo de material de apoio a docentes e pesquisadores.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências Bibliográficas

Brasil (2002) Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, SEMTEC.

Brasil (2000) Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio: bases legais*. Brasília: SEMT.

Brousseau, G. (1996) *Os diferentes papéis do professor*. In: PARRA, C. (org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas.

D'Ambrosio, U. (2001) *EtnoMatemática: Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica.

D'Ambrosio, U. (1996) *Educação Matemática: Da teoria à prática*. Campinas: Papirus.

Dolce, O; Pompeo, J. N. (2005) *Fundamentos de Matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica*. São Paulo: Atual, 2005.

Imbernón, F. (2011) *Formação de docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. 9.ed. São Paulo: Cortez.

Kenski, V. M. (2012) *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 8ª ed. Campinas: Papirus.

Neves, P. C. P; Freitas D. V. de & Pereira, V. P. (2011) *Fundamentos da Cristalografia*. 2. ed. Canoas: Ed. Ulbra.

Paiva, M. (2005) *Matemática, volume único*. São Paulo: Moderna.

Paraná (2008) Secretaria de Estado da Educação. *Diretrizes Curriculares da Educação Básica*. Curitiba: Seed/DEB-PR.

Peter, H. (2017) *Pixabay*. Acesso em 30 abr., 2018, <https://pixabay.com/pt/ferrovi%C3%A1ria-parecia-faixa-trem-2439189/>.

Santrock, J. W. (2010) *Psicologia educacional*. 3. ed. Porto Alegre: AMGH.

Silva, H. do N. (2014) *Poliedros Regulares do Ensino Médio*. Acesso em 04 jan., 2019, <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/8042>.

Trad, L. A. B. (2009) *Grupos focais: conceitos, procedimentos e reflexões baseadas em experiências com o uso da técnica em pesquisas de saúde*. Physis [online]. vol.19, n.3, pp.777-796. ISSN 0103-7331. Acesso em 29 de jul., 2019, <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-73312009000300013>.

Vygotsky, L.S. (1987) *Pensamento e linguagem*. 1º ed. brasileira. São Paulo: Martins Fontes.

Vygotsky, L. S. (1991) *A Formação Social da Mente: O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores*. São Paulo: Martins Fontes.