

O CONCEITO DE SIMETRIA NA FÍSICA: SIGNIFICADOS PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL, MÉDIO E SUPERIOR.

(The concept of symmetry in physics: meanings assigned by elementary school, high school, and college students)

Aires Vinícius Correia da Silveira [aires@via-rs.net]

Resumo

O conceito de simetria está associado às leis de conservação na Física. Portanto, esse conceito é de grande importância para a compreensão e desenvolvimento da Física. Desta forma, o ensino de simetria na Física passa a ser também de grande relevância, mas não basta reconhecer a importância do seu ensino, também é necessário saber qual o conhecimento inicial do aluno para podermos ensinar de acordo. Para termos uma noção do conhecimento dos alunos sobre simetria, um questionário foi elaborado e aplicado com este objetivo de rastrear seus conhecimentos sobre simetria.

Palavras-chave: simetria; operação de simetria; invariância.

Abstract

The concept of symmetry is associated to the laws of conservation in physics. Therefore, it is very important to the understanding and development of physics. Thus, the teaching of symmetry in physics is very important as well, however, it is not enough to recognize the relevance of its teaching, it is necessary to know the student's previous knowledge in order to teach him/her accordingly. To have a notion of the previous knowledge of the students regarding symmetry, a questionnaire was constructed and applied with this objective.

Keywords: symmetry, symmetry operation, invariance.

Introdução

Sabemos que o conceito de simetria é usado no dia-a-dia, mas no ensino da Física queremos saber qual o significado que os alunos têm sobre a simetria dentro da Física. Para tal tarefa um questionário foi construído e aplicado para averiguar se o aluno conhece o conceito de simetria, as maneiras utilizadas para reconhecer simetria e a linguagem usada nos campos da Física que estão associados ao conceito de simetria. Este questionário foi aplicado a:

- alunos da 7^o série do Ensino Fundamental para verificar seus conhecimentos de simetria antes de estudarem Física;
- alunos do final do Ensino Médio, que já tiveram aulas de Física;
- alunos universitários iniciantes, que já avançaram no estudo da Física.

Elaboração do questionário e seu propósito

As questões de 1 à 9 apresentam enunciados de situações físicas, afirmando-se que um dado aspecto físico permanece sempre o mesmo. Em seguida, pede-se ao aluno que indique qual alternativa melhor descreve a maneira para reconhecer que tal aspecto permanece invariante. Estas questões têm o propósito de serem mais simples, pois entendemos que é muito mais fácil reconhecer a descrição da operação que verifica a invariância do que descrever a operação. Descrever a operação requer que o aluno conheça os conceitos envolvidos da operação, e saiba aplicá-los, de forma a escolher a operação que verifica a invariância do item físico. A linguagem

utilizada é a coloquial para que seja acessível a todos os alunos. Por exemplo, em vez de escrever “a quantidade física é invariante frente à translação temporal”, preferiu-se escrever “a quantidade física permanece a mesma ao longo do tempo”.

Portanto, o objetivo das questões 1 a 9 é o de verificar se o aluno reconhece a descrição operacional que verifica a invariância de uma característica física

As questões de 10 à 18 são constituídas de enunciados onde se propõe uma operação para verificar a invariância de várias grandezas físicas citadas. Em seguida, pede-se que o aluno escolha qual alternativa apresenta grandezas físicas, ou a grandeza física, que ao aplicar a operação citada verifica se pode ser invariante. Estas questões são um pouco mais complexas, pois exigem que o aluno saiba o que é cada Operação de Simetria pela sua denominação costumeira na Física. Supõe-se que o aluno conhece a definição do operador caso escolha os itens físicos que podem ser invariantes sob aplicação da operação citada. A dificuldade destas questões é maior que a das anteriores porque são citadas várias quantidades físicas para que o aluno confira sua invariância com apenas uma operação e espera-se que apenas os alunos do ensino superior respondam corretamente. Desta forma, diferente das nove questões iniciais, buscou-se saber se o aluno conhece o conceito operacional de simetria na linguagem usual da Física.

Resumindo, o objetivo das questões de 10 a 18 é o de verificar se o aluno apresenta conceitos operacionais para reconhecer a invariância das quantidades físicas com um único operador por questão, usando questões que apresentam denominação de uso da Física, como Translação Espacial, Translação Temporal, Transformação de Galileu, etc. Portanto, o aluno saberá reconhecer quantidades físicas invariantes caso tenha familiaridade com tais denominações. Estas questões servem para reconhecer quais alunos apresentam conhecimentos mais avançados na Física.

Segundo a Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud (Moreira, 2002), nas questões de 1 à 9 foram fornecidas situações físicas nos enunciados que dão sentido às invariâncias, bastando escolher qual delas faz sentido ao enunciado. Já nas questões de 10 à 18 são fornecidas as invariâncias (as propriedades, as operações), pedindo-se que escolham qual alternativa dará sentido a cada operação enunciada nas perguntas, sendo que as representações estão na linguagem utilizada na Física. Assim, segundo a Teoria de Campos Conceituais, se cumpre o estudo sobre o conceito de simetria na Física, pois de acordo com essa teoria a definição de um conceito envolve situações, invariantes e representações (op. cit.).

O público testado é bastante extenso, compreendendo alunos que nunca estudaram Física (os alunos da 7^o série do ensino fundamental), alunos que já estudaram um pouco de Física (os alunos do 3^o ano do ensino médio) e alunos que estudaram mais Física (os alunos do ensino superior que estejam cursando Física IV).

O teste foi então aplicado para sabermos o que os alunos conhecem sobre simetria no âmbito da Física. Também queríamos saber qual o conhecimento de simetria na Física têm diferentes grupos de escolaridade e comparar os diferentes conhecimentos. Por isto o conteúdo do teste teve que abranger todo esse público, pois o mesmo teste foi a referência da comparação. Desta forma, o que se esperava é que os alunos que não estudaram Física respondessem apenas algumas questões, mas que esse número aumentasse à medida que a escolaridade dos alunos fosse aumentando. Portanto, esperava-se que cada aluno respondesse as questões de acordo com os conhecimentos prévios que tivesse sobre simetria.

Além das questões objetivas, duas perguntas descritivas foram feitas a respeito do conceito de simetria.

Aplicação do questionário

Na oportunidade em que o teste foi aplicado, os alunos foram instruídos que fossem lendo as perguntas sem se importar se não sabiam o significado de algumas palavras e apenas marcassem as respostas que achavam que eram corretas; também foram instruídos que após esta leitura voltassem às questões que tiveram melhor compreensão para verificar suas respostas.

A resposta ao questionário pelos alunos da 7ª série durou aproximadamente 60 minutos, com os alunos do 3º ano do ensino médio durou aproximadamente 40 minutos e com os alunos do ensino superior foi entre 20 a 30 minutos.

Tanto os alunos da 7º série do Ensino Fundamental quanto os do 3º ano do Ensino Médio perguntaram o que seria o cubo. Foi explicado que o cubo seria um dado, mas sem as pintinhas que indicavam um número para cada face. Portanto, as faces deste cubo seriam lisas, sem nenhum desenho.

Os alunos da 7ª série do Ensino Fundamental perguntaram o que era o desenho no meio da cerca. Foi respondido que era um portão.

Após estes esclarecimentos todos foram se acalmando e respondendo as questões. O fato de se ter mencionado que o teste não valia nota, que apenas era uma maneira de verificar seus conhecimentos de simetria na Física, colaborou para que eles o realizassem o com tranquilidade.

O questionário

1) Imagine um cubo. Como podemos verificar que existem mais perspectivas iguais a que estávamos olhando?

- (a) Através da visualização do objeto .
- (b) Através do giro do objeto.
- (c) Através da reflexão (imagem) do objeto.
- (d) Através do passar do tempo.
- (e) Através da comparação com outro cubo de mesmo tamanho.

2) Analisemos uma cerca. O que podemos fazer para constatar se a cerca apresenta a mesma forma geométrica ao longo de sua extensão?



- (a) Verificar se a forma repete-se ao longo da cerca, de trechos em trechos.
- (b) Verificar se a forma da cerca se mantém a mesma com o passar do tempo.
- (c) Não tem forma regular, pois não pode ser girada.
- (d) Retirar a parte do meio da cerca para que fique tudo igual.
- (e) Inverter a cerca de cima para baixo.

3) Em uma situação física, um objeto em movimento apresenta sempre o mesmo momento. Como pode ser verificado se o objeto de fato apresenta o mesmo momento?

- (a) Medindo o momento no início e no final do movimento.
- (b) Medindo o momento a cada posição em que o objeto passar e, portanto, a cada instante do tempo em que o objeto passar.
- (c) Vendo o momento num tempo já passado.
- (d) Vendo o momento num ponto espacial que o objeto passou.
- (e) Todos os itens anteriores.

4) Em uma situação física, um objeto apresenta sempre a mesma energia total. Este objeto pode estar a uma certa altura e depois cair. Portanto, este objeto terá tanto energia cinética quanto potencial. Como pode ser verificado se o objeto apresenta a mesma energia total?

- (a) Medindo a energia potencial do objeto devido ao deslocamento espacial de queda.
- (b) Medindo a energia cinética do objeto no transcorrer temporal até a queda.
- (c) Medindo a energia cinética ou a energia potencial tanto no transcorrer espacial, quanto no transcorrer do tempo e verificar se as duas energias se mantêm iguais em valor.
- (d) Medindo a energia cinética no transcorrer do tempo, medindo também a energia potencial no transcorrer do espaço e verificando se a soma das energias se mantêm.
- (e) Todos os itens anteriores.

5) Para um referencial, um objeto pode ser descrito por uma equação de movimento. Para um outro referencial, o objeto pode ser descrito por uma equação de movimento que apresenta a mesma forma da equação do referencial anterior. Como pode ser verificada a correspondência entre as duas equações?

- (a) Transladando as variáveis espaciais e as variáveis temporais.
- (b) Transladando apenas as variáveis espaciais, pois o tempo é o mesmo para todos os lugares.
- (c) Transformando as variáveis de espaço e tempo de um referencial para outro referencial, levando em consideração a velocidade do outro referencial.
- (d) Apenas substituindo as variáveis correspondentes à dimensão de análise.
- (e) Todas as alternativas.

- (a) Trocar a ordem das partículas na função.
- (b) Substituir uma das partículas por outra diferente.
- (c) Substituir por outras duas partículas diferentes das duas primeiras.
- (d) Retirar uma das partículas.
- (e) Todas as alternativas anteriores.

8) Um fio no qual passa corrente elétrica apresenta campo elétrico e campo magnético com direções e sentidos indicados na Figura 1. Como podemos verificar se o campo elétrico continua o mesmo, na mesma direção e sentido em situações diferentes²?

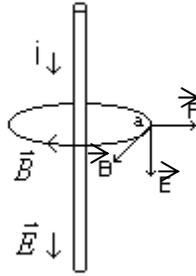


Figura 1 – No ponto “a” temos a direção e sentido do campo magnético \vec{B} , campo elétrico \vec{E} e a força \vec{F} .

- i. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo intervalo de tempo numa situação diferente, não importando o sentido que vão os elétrons.
- ii. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo intervalo de tempo numa situação diferente, mantendo sempre o mesmo sentido dos elétrons.
- iii. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte superior ao fio.
- iv. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte inferior ao fio.
- v. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado paralelo ao fio.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) o item (ii) está correto.
- (b) os itens (iii), (iv) e (v) estão corretos.
- (c) os itens (ii) e (v) estão corretos.
- (d) os itens (i) e (ii) estão corretos.
- (e) o item (v) está correto.

9) Na Figura 1 também está representado o campo magnético \vec{B} . Como podemos verificar se o campo magnético \vec{B} continua o mesmo, na mesma direção e sentido, em situações diferentes³?

- i. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo intervalo de tempo numa situação diferente, não importando o sentido que vão os elétrons.

² Fonte de consulta (Chaves, 1997)

³ Fonte de consulta (Chaves, 1997)

- ii. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo intervalo de tempo numa situação diferente, mantendo sempre o mesmo sentido dos elétrons.
- iii. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte superior ao fio.
- iv. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte inferior ao fio.
- v. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado paralelo ao fio.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) o item (ii) está correto.
- (b) os itens (iii), (iv) e (v) estão corretos.
- (c) os itens (ii) e (v) estão corretos.
- (d) os itens (i) e (ii) estão corretos.
- (e) o item (v) está correto.

10) A operação de Rotação verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

- i. Objetos de forma regular.
- ii. Estruturas de átomos que apresentam uma forma geométrica.
- iii. Momento angular total.
- iv. Ondas esféricas.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) o item (i) está correto.
- (b) o item (ii) está correto.
- (c) o item (iii) está correto.
- (d) o item (iv) está correto.
- (e) todos os itens anteriores estão corretos.

11) A operação de Reflexão verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

- i. Vetor que representa o momento linear.
- ii. Vetor que representa o momento angular.
- iii. Vetor que representa o campo elétrico.
- iv. Vetor que representa o campo magnético.
- v. Objetos ou estruturas geométricas.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) os itens (i) e (ii) estão corretos.
- (b) os itens (iii) e (iv) estão corretos.
- (c) os itens (i), (ii), (iii) e (iv) estão corretos.
- (d) o item (v) está correto.
- (e) todos os itens anteriores estão corretos.

12) A operação de Inversão Espacial verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

- i. A função cúbica.
- ii. A função quadrática.
- iii. A função de onda com senos.
- iv. A função de onda com co-senos.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) os itens (i) e (ii) estão corretos.
- (b) os itens (i) e (iii) estão corretos.
- (c) os itens (i) e (iv) estão corretos.
- (d) os itens (ii) e (iii) estão corretos.
- (e) todos os itens anteriores estão corretos.

13) A operação de Reversão Temporal verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

- i. Objetos de forma regular.
- ii. Equações de movimento.
- iii. Evolução do universo, inclusive antes do big-bang.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) o item (i) está correto.
- (b) o item (ii) está correto.
- (c) o item (iii) está correto.
- (d) os itens (ii) e (iii) estão corretos.
- (e) todos os itens anteriores estão corretos.

14) A operação de Translação Espacial verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

- i. Momento total.
- ii. Energia total.
- iii. Equações de movimento.
- iv. Campo elétrico.
- v. Campo magnético.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) o item (i) e (ii) está correto.
- (b) os itens (iv) e (v) estão corretos.
- (c) o item (iii) está correto.
- (d) os itens (i) e (iii) estão corretos
- (e) todos os itens anteriores estão corretos.

15) A operação de Translação Temporal verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

- i. Momento total.
- ii. Energia total.
- iii. Equações de movimento.
- iv. Campo elétrico.
- v. Campo magnético.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

- (a) os itens (i) e (ii) estão corretos.
- (b) os itens (iv) e (v) estão corretos.
- (c) o item (iii) está correto.
- (d) os itens (i) e (iii) estão corretos.
- (e) todos os itens anteriores estão corretos.

16) A Transformada de Galileu verifica a invariância de qual item citado a seguir?

- (a) Momento total.
- (b) Energia total.
- (c) Equações de movimento com referencial de baixa velocidade.
- (d) Equações de movimento com referencial de alta velocidade.
- (e) Objetos de forma regular.

17) A Transformada de Lorentz verifica a invariância de qual item citado a seguir?

- (a) Momento total.
- (b) Energia total.
- (c) Equações de movimento com referencial de baixa velocidade.
- (d) Equações de movimento com referencial de alta velocidade.
- (e) Objetos de forma regular.

18) A Operação de Permutação verifica a invariância de qual item citado a seguir?

- (a) Momento total.
- (b) Energia total.
- (c) Equações de movimento.
- (d) Campo elétrico.
- (e) Função de onda de duas partículas idênticas.

Respostas abertas: podem ser frases curtas.

1) O que é simetria?

2) Você já ouviu e viu simetria? Em caso positivo, diga onde e para quê?

Grade de Respostas.

Nº da Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Resposta	b	a	b	d	c	d	a	c	c	e	e	d	b	a	a	c	d	e

Tratamento aplicado ao questionário.

Essa experiência envolveu 31 alunos da 7ª série do Ensino Fundamental, 34 alunos do 3º ano do Ensino Médio e 46 da disciplina de Física IV do Ensino Superior. Do Ensino Superior 25 alunos eram da Engenharia Civil e 20 da Engenharia Civil, Engenharia Elétrica e Engenharia de Materiais.

Para cada resposta certa foi atribuído escore um (1) e escore zero (0) para a resposta errada. Para podermos verificar a fidedignidade do teste foi estimada sua consistência interna através do coeficiente de fidedignidade (Moreira e Silveira, 1993), verificando a correlação entre a questão e o escore total (op. cit, p. 79). Essa correlação tem o objetivo selecionar quais questões apresentam respostas homogêneas para o teste como um todo.

Valores de correlação iguais a zero foram descartados, pois não apresentavam uma boa correspondência com as demais questões. Valores de correlação com sinal negativo também foram descartados. Assim procedendo, chegamos a um coeficiente de fidedignidade acima de 0,60, o qual foi julgado satisfatório.

Resultados do teste e análise.

Após estes tratamentos estatísticos obtivemos as questões que podem ser consideradas como indicadoras de conhecimento e que estão na tabela 1.

Tabela 1 - Componentes homogêneas.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7 ^a		x				x				x					x			
3 ^a	x			X	x													x
ES	x	x					x	x	x	x			x	x		x	x	

Podemos observar que para 7^a série do Ensino Fundamental, as questões que os alunos indicaram ter conhecimento são as questões 2, 6, 10 e 15.

A questão 2 é uma questão simples do dia-a-dia e eles reconheceram a invariância.

A questão 6 também é uma questão do dia-a-dia, não exigindo conhecimentos avançados de Física e eles reconheceram a invariância.

A questão 10 já é uma questão mais complexa, pois cita quantidades físicas com as quais a maioria não teve contato, como momento angular e estruturas atômicas. Contudo, ao que tudo indica, eles mostraram que sabem a definição da palavra rotação, dominam seu conceito para aplicar nos itens físicos citados e reconhecem que tal operação verifica a invariância de tais itens.

A questão 15 também é uma questão mais complexa, pois cita quantidades físicas que não são de conhecimento da maioria deles. No entanto, não pode ser um indicativo de conhecimento, pois as questões 3, 4 e 14, envolvendo os mesmos conceitos, não se encontram como um indicativo de conhecimento para esse grupo. Além do mais, nesta questão apenas 12,5% dos alunos a acertaram (ver tabela 2), ou seja, é uma porcentagem muito baixa.

Podemos também verificar que para o 3^o ano do Ensino Médio, as questões que eles indicaram ter conhecimento são as questões 1, 4, 5 e 17.

A questão 1 é uma questão simples do dia-a-dia, mas que exige do aluno uma certa abstração de raciocínio⁴, pois mesmo conhecendo um cubo, ele terá que imaginar as operações de rotação. Diferente dos alunos da 7^a série do Ensino Fundamental, os alunos do 3^o ano do Ensino Médio tiveram um raciocínio abstraído e conseguiram reconhecer a descrição da operação que verifica a invariância do cubo.

A questão 4 exige um conhecimento a mais de Física, mas os alunos souberam reconhecer a descrição que verifica a invariância da energia total.

⁴ Lembremos que esta constatação está mais ou menos de acordo com as fases evolutivas do desenvolvimento cognitivo descritas por Piaget.

A questão 5 também exige um pouco mais de conhecimento de Física, pois esta questão envolve relatividade. Os alunos reconheceram que não adiantava substituir as variáveis nas equações por outras de outro referencial, porque se isso ocorresse não haveria correspondência de referencial. Também reconheceram que não adiantava transladar as variáveis temporais e espaciais, pois neste caso o referencial seria apenas um, o referencial privilegiado. Tinham sim que transformar as variáveis de um referencial para outro.

A questão 17 também exige um pouco mais de conhecimento de Física, pois se os alunos nunca tivessem ouvido falar em Transformação de Lorentz, eles não saberiam relacionar a Transformação de Lorentz às equações de movimento. Eles podem até não saber aplicar uma Transformação de Lorentz, mas sabem que serve para transformar equações de movimento de um referencial para outro. Além disso, eles apresentaram indícios de que têm algum conhecimento de relatividade devido à presença da questão 5 como indicativo de conhecimento sobre simetria na Física.

Podemos também verificar que para os alunos da disciplina de Física IV do Ensino Superior as questões que constituíram indicativo de conhecimento são as questões 1, 2, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 16 e 17.

A questão 1, como já foi dito, é simples e pertence ao dia-a-dia. Os alunos apresentaram um raciocínio abstraído e tiveram um indicativo de conhecimento. A questão 2 é também simples e a grande maioria acertou.

A questão 7 é uma função mais complexa e exige mais conhecimento de Física. Mas esta questão é um indicativo de conhecimento para os alunos de Engenharia. Uma função para duas partículas idênticas é um assunto do campo da Mecânica Quântica e eles souberam reconhecer a descrição que deixa a função invariante.

A questão 8 também exige um conhecimento a mais de Física. Nesta questão foi pedido que o aluno reconhecesse quais das descrições verificariam se o campo elétrico permaneceria na mesma direção e no mesmo sentido. Ora, se a corrente elétrica não se altera com o passar do tempo, então o campo elétrico estará no mesmo sentido e na mesma direção. A outra maneira seria colocando um espelho paralelo ao fio, verificando se a imagem da corrente permaneceria inalterada e, portanto, o campo magnético permaneceria no mesmo sentido. O campo magnético estando numa direção e sentido, o aluno teria que saber que o campo elétrico estaria perpendicular ao campo magnético.

A questão 9 é semelhante à questão 8 e eles reconheceram a descrição que verifica a invariância do campo magnético.

A questão 10 já é mais simples para os alunos do Ensino Superior. Por estar citada como uma das questões indicativa de conhecimento, acredita-se que os alunos dominem o conceito de rotação, pois só assim poderiam aplicá-lo corretamente.

A questão 13 é mais complexa, pois cita o *big bang*, mas esse assunto também é muito difundido na mídia, e eles reconheceram que a reversão temporal pode ser aplicada às equações de movimento.

A questão 14 também é mais complexa, pois o aluno teria que saber que aplicar uma translação espacial num sistema físico verifica a invariância do momento linear. Na tabela 2 podemos ver que 46,7% dos alunos acertaram a questão; ainda está abaixo de 50%, mas foi considerada uma questão homogênea. A questão 4, por exemplo, 75,6% dos alunos acertaram a questão, porém apresentou uma resposta heterogênea.

As questões 16 e 17 tratam de relatividade. Parte dos alunos souberam escolher qual item a transformação pode operar de modo que o mesmo possa ficar invariante sob essa transformação. Portanto, os alunos parecem saber que tipo de transformação serve para ser aplicada às equações de movimento num referencial com velocidade baixa e qual transformação serve para as equações de movimento num referencial com velocidade próxima à da luz.

Com base nos testes, podemos supor que os alunos acertaram as questões que estavam estudando recentemente, sugerindo que vinculando a simetria a assuntos das etapas de ensino, esse conceito poderá ser ensinado e aprendido.

A análise até agora foi para constatar quais tipos de questões são indicativos de conhecimento de cada um dos diferentes níveis de ensino. Contudo, também seria interessante saber qual o rendimento em acertos dos alunos. A tabela 2 apresenta a porcentagem de alunos que acertaram cada questão, todos separados pelo grau de ensino, (7^a) para 7^a série do Ensino Fundamental, (3^o) para 3^o ano do Ensino Médio e (ES) para Ensino Superior.

Tabela 2 – Porcentagem de alunos que acertaram cada questão.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7 ^o	25%	28,1	15,6	21,9	21,9	28,1	34,4	15,6	6,3	15,6	0	3,1	25	21,9	12,5	25	18,8	56,3
3 ^o	38,2	55,9	32,4	38,2	26,5	20,6	23,5	35,3	17,6	17,6	0	14,7	32,4	26,4	17,6	14,7	29,4	44,1
ES	68,9	77,8	44,5	75,6	60	44,4	35,6	40	26,7	31,1	4,4	17,8	28,9	46,7	24,4	37,8	31,1	71,1

Podemos notar que a porcentagem da quantidade de alunos que acertaram as questões no geral é baixa, até mesmo para o Ensino Superior (ES), apenas 5 questões acima de 50%. Mas também podemos notar de uma forma geral que a porcentagem aumenta à medida que o grau de instrução aumenta, mas isso já se esperava. Portanto, estas baixas porcentagens de acertos sugerem que o conceito de simetria é pouco trabalhado no ensino.

Importante salientar que as porcentagens de alunos que acertaram as questões de 1 a 6 foram relativamente grandes. Isto sugere que é mais fácil reconhecer uma descrição de uma operação do que descrevê-la para verificar se o item físico permanece invariante.

Estes foram os dados das questões objetivas. Agora vamos transcrever algumas respostas dos alunos do Ensino Superior às questões abertas, pois os alunos do Ensino Fundamental e Médio não conseguiram respondê-las satisfatoriamente.

1) O que é simetria?

- é uma forma de equilíbrio na qual duas situações são iguais em alguma forma;
- simetria é a regularidade de objetos: traçando uma linha no centro do objeto, observa-se a igualdade dos dois lados, ou ainda, colocando a metade do objeto em frente a um espelho e a imagem corresponde a outra metade;
- é quando o objeto é igual dos dois lados;
- significa "mesma medida". Ao passarmos um plano imaginário sobre o centro de um objeto, ele será simétrico se as duas partes forem iguais, ou seja, se as duas metades forem idênticas;
- são funções, formas geométricas, etc., que apresentam uma mesma "imagem" em relação a um eixo, ponto, etc.;
- dado um eixo, após uma rotação de 180° (ou reflexão) acontece a simetria;
- simetria ocorre quando um objeto pode ser dividido por um plano em duas partes iguais;
- em dois pontos, a mesma distância de um eixo, são iguais;

- 2) Você já ouviu e viu simetria? Em caso positivo, diga onde e para quê?
- sim. Vi nas aulas de geometria espacial no Ensino Médio e em algumas cadeiras de Matemática e de Física na faculdade. Quanto a situações reais, já vi nos contornos dos alimentos esféricos, roupas pela metade, toalhas,...;
 - já, em desenho técnico, no ponto geométrico;
 - sim, em um cursinho pré-militar para resolver certos problemas matemáticos e físicos;
 - imagem no espelho, introdução à Geometria;
 - já vi simetria entre moléculas químicas;
 - acho que sim, na matéria de química, para ver se é trans ou cis;
 - sim, sem falar dos objetos simétricos do dia-a-dia, o conceito é usado p/ explicar estereoisômeros na Química Orgânica;
 - em Biologia, no Ensino Médio, fala-se em simetria, no formato dos seres vivos;
 - em Geometria, Biologia.

Os alunos do Ensino Superior já conseguiram escrever sobre simetria, não apenas reconhecê-la mas eles, na maioria, relacionaram simetria à operação de reflexão, ou seja, qualquer objeto ou figura que tiver a imagem refletida igual à forma original é considerada simétrico. Foi constatado nas respostas, que 31 alunos dos 46 relacionaram a simetria com a operação de reflexão, demonstrando que os seus conceitos de simetria estão embasados nas experiências cotidianas, talvez influenciadas pelo espelho, instrumento que ajuda a verificar simetria.

Apenas 1 aluno relacionou a simetria à operação de rotação e 2 alunos a relacionaram à operação de periodicidade.

Sobre a questão que perguntava se alguém ouviu ou viu alguma vez simetria, apenas 7 disseram que viam simetria no dia-a-dia, nos objetos geométricos, nas frutas, nos objetos domésticos, etc.. Outros disseram que viram simetria na disciplina de Mecânica, outros mencionaram que viram simetria na disciplina de Química (provavelmente os alunos de Eng. de Materiais), outros a viram em geometria espacial. Quer dizer, muitos responderam de acordo com suas experiências recentes e esta afirmação corrobora com a análise feita sobre os dados da validação. Apenas alguns disseram que conviveram com a simetria durante toda sua vida.

Delimitações para o Ensino de Simetria.

O ensino de simetria está delimitado pela capacidade de compreensão de outros conceitos e situações que darão sentido ao conceito de simetria (Moreira, 2002). Esta capacidade de compreensão pode ser equacionada, de forma abrangente, como a etapa de desenvolvimento cognitivo do aluno.

Desta forma, nos parece que:

- podemos introduzir o conceito de simetria aos alunos pelo menos a partir da 6^o série do Ensino Fundamental, utilizando objetos geométricos e operações de rotação para o melhor entendimento da simetria. A reflexão com espelhos também pode ser aplicada para o ensino de simetria;
- a invariância do momento linear e a energia mecânica total podem ser apresentadas no Ensino Médio. Também podem ser apresentados no início do Ensino Superior;
- as formas geométricas que existem nas estruturas da matéria, também podem ser trabalhadas com alunos do Ensino Médio e Universitário Introdutório. Muitas estruturas da matéria apresentam formas geométricas regulares;

