

**O PLANO INCLINADO: UMA ATIVIDADE DE MODELIZAÇÃO MATEMÁTICA**  
**(The inclined plan: A mathematical modeling activity)**

**Odair Hammes** [odairhammes@hotmail.com]

**Elcio Schuhmacher** [elcio@furb.br]

Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - FURB

Universidade de Blumenau - FURB

Rua Antônio da Veiga, 140, Victor Konder, 89012-900 - Blumenau (SC)

**Resumo**

Este artigo se constitui no relato de uma experiência de ensino realizada nas aulas das disciplinas de matemática e ciências, com alunos de duas turmas de oitava série do ensino fundamental. É o relato de uma das atividades de uma sequência didática desenvolvida para explorar as três formas de representação de uma função matemática e também para estudar o movimento de queda livre dos corpos. A principal atividade desenvolvida se constitui na montagem e realização do célebre experimento de Galileu com o plano inclinado. Assim, foi realizada uma atividade experimental onde se fez uso das funções enquanto linguagem estruturante no estudo de um fenômeno físico, nesse caso, do movimento de rolagem de esferas sobre um plano inclinado.

**Palavras-chave:** ensino de matemática e ciências; plano inclinado; modelização matemática.

**Abstract**

This article itself constitutes an account of a teaching experience carried out in mathematics and science classes, with two groups of students of the eighth grade of elementary school. It is the report of a sequence didactic activities developed to explore three representation forms of a mathematical function and also to study the motion of free falling bodies. The main activity developed constituted itself in the assembly and accomplishment of itself the celebrated experiment by Galileo with his inclined plan. Therefore, an experimental activity was carried out where functions were used while structuring language in the study of a physical phenomenon, in this case, from the motion of spheres rolling down on an inclined plan.

**Keywords:** mathematics and science teaching; inclined plan; mathematical modeling.

**Introdução**

No ano de 2002, o filósofo e historiador da ciência, Robert Crease (2006), realizou uma pesquisa com os leitores da revista norte-americana *Physics World*, perguntando quais seriam os mais belos experimentos de todos os tempos. Na seleção publicada, aparecem os dez experimentos mais citados e, dentre esses, estão dois experimentos atribuídos a Galileu (1564-1642), o experimento na torre de Pisa e o experimento com o plano inclinado. Essa pesquisa ilustra como são conhecidos os experimentos de Galileu sobre o movimento de queda dos corpos.

Em pesquisa à literatura sobre o assunto, confirma-se quão referenciado é, por exemplo, o experimento de Galileu com o plano inclinado e, constatam-se, também, as discussões e controvérsias quanto à importância ou das reais contribuições desse experimento para os estudos e considerações de Galileu sobre a queda dos corpos.

No contexto educacional discutem-se as possibilidades e vantagens em recriar e estudar tal experimento para uma proposta de ensino nas disciplinas de ciências e/ou matemática. A realização do experimento do plano inclinado possibilitaria, inicialmente, o envolvimento dos alunos em uma

atividade experimental e, aliado a um enfoque histórico, ampliaria a abordagem dos temas queda livre dos corpos e funções para além da rotina do livro texto e da resolução de exercícios.

O estudo bem fundamentado de episódios da história da ciência<sup>1</sup> pode contribuir de forma significativa para complementar de várias formas o ensino de ciências (Martins, 2006). No que diz respeito às aulas práticas, a história da ciência pode ser uma fonte de aparelhos e experimentos possíveis de serem adaptados e realizados para fins instrucionais (Martins 1990).

O plano inclinado é frequentemente um dos primeiros experimentos a ser estudado pelos alunos nas aulas de física. É relatado na maioria dos livros didáticos como o experimento com o qual Galileu chegou à lei matemática do movimento de queda livre dos corpos. Através desse experimento Galileu teria descoberto que um corpo em queda livre percorre, em tempos iguais, distâncias proporcionais aos números ímpares, ou seja, que a distância percorrida é proporcional ao quadrado do tempo.

Galileu, como se sabe, é uma importante personalidade do meio científico. Suas realizações, trabalhos e a grande gama de estudos de sua obra envolvem-no, no entanto, em polêmicas, discussões e controvérsias. Longe de questionar a importância de seus estudos e a originalidade de suas obras, as controvérsias entre os pesquisadores e historiadores da ciência recaem sobre a possibilidade de diferentes versões quanto às perspectivas a respeito dos seus estudos e obras<sup>2</sup>.

Das diferentes perspectivas, a imagem empirista de Galileu é a mais conhecida e a mais relatada nos textos de história da ciência. Segundo essa versão, Galileu rompeu com a tradição da escolástica aristotélica ao instaurar um novo método para a obtenção do conhecimento, o denominado método científico. Assim, nessa versão é explorada, principalmente, a imagem de Galileu como o cientista que fundamenta suas teorias na observação e experimentação (Zylberstajn, 1988).

Essa imagem empirista de Galileu é, segundo Zylberstajn (1988), a mais encontrada nos textos didáticos e dominantes nas salas de aula, tanto do ensino médio quanto do universitário. É referenciada no relato dos experimentos por meio do qual Galileu teria chegado às leis para a compreensão de alguns fenômenos físicos. No entanto, Zylberstajn (1988), chama atenção para utilização de Galileu dos experimentos pensados, por meio do qual teria enunciado, por exemplo, os primeiros princípios da inércia e também destaca como praticamente certo que, no caso da lei da queda dos corpos, Galileu partiu inicialmente da lei para posteriormente realizar o experimento com o plano inclinado.

Controvérsia e discussões à parte, sobre se Galileu chegou à lei a partir do experimento ou se o realizou apenas para comprovar e demonstrar o que já previa, ou ainda se o experimento foi apenas imaginado em uma situação ideal e posteriormente relatado em uma de suas obras, com o fim de apenas convencer seus leitores de suas descobertas. Quais as possibilidades e potencialidades didáticas em recriar esse experimento na sala de aula? Essa é a proposta: recriar o experimento do plano inclinado utilizando material alternativo e instrumentos de medidas disponíveis.

### **Galileu e o experimento com o plano inclinado**

O experimento do plano inclinado foi sob alguns aspectos o primeiro experimento científico moderno. Nesse experimento, que teria sido realizado com sucesso em 1604, Galileu

---

<sup>1</sup> Sobre a utilização didática da história da ciência, ver Matthews (1995) e Peduzzi (2001).

<sup>2</sup> Ver Zylbersztajn (1988) e Matthews (1995) para diferentes perspectivas da obra galileana.

necessitou planejar sistematicamente a construção de todo um aparato com uma função específica para, posteriormente, poder realizá-lo repetidas vezes a fim de descobrir ou verificar a lei matemática que rege um fenômeno natural, no caso, o movimento de queda livre dos corpos. Ainda hoje, professores de ciências o chamam de experimento alfa ou primal e, com frequência, é também o primeiro experimento estudado nas aulas de física (Crease, 2006).

O que acontece quando um corpo é abandonado de certa altura e cai livremente? Como é a sua trajetória? E como se dá o seu movimento? O corpo adquire velocidade de forma gradual? Ou imediatamente adquire velocidade constante? A velocidade da queda do corpo é proporcional ao seu peso? Uma vez interessados em buscar respostas para essas questões, pode-se realizar e observar a queda de alguns corpos, mas se terá dificuldades para acompanhar a queda, uma vez que esse movimento se dá de forma relativamente rápida. Como conseguir observar com maior precisão o movimento de queda dos corpos?

Aristóteles (384-322 a.C.) teria resolvido esse problema, observando corpos em queda em meios mais viscosos como, por exemplo, na água. E, em suas conclusões, achou que a velocidade da queda rapidamente se tornava constante e proporcional ao peso do corpo. Já Galileu percebeu que retardar o movimento de queda dos corpos, tornando mais espesso o meio que eles atravessam, tornaria a questão ainda mais difícil de ser elucidada e resolveu essa dificuldade, graduando, de certa forma, a influência da gravidade sobre o movimento da queda de esferas, fazendo-as rolar por um plano inclinado. O que lhe permitiu melhor observar e também realizar as medidas de tempos e distâncias percorridas pelas esferas (Crease, 2006).

Com o plano inclinado, Galileu conseguiu criar uma aproximação da queda livre dos corpos. Se a inclinação fosse pequena, a esfera desceria lentamente. Aumentando a inclinação do plano, a esfera desceria cada vez mais depressa, aproximando-se, então, à medida que a inclinação do plano aumentasse, da queda livre.

Galileu fez a esfera rolar por entre um sulco cavado sobre a superfície de uma tábua de madeira e mediu o tempo do percurso quando a esfera descia por todo o seu comprimento. Depois mediu o tempo de percurso até a metade do seu comprimento. Depois até um quarto, até dois terços, etc. Das diversas medidas obtidas, segundo o próprio Galileu, pela repetição de umas cem vezes do experimento, ele constatou que a queda dos corpos se dá segundo um movimento uniformemente variado e também teria descoberto a relação entre a distância percorrida e o tempo de queda, formulando, então, a lei da queda livre dos corpos (Rival, 1997).

Quanto à medida do tempo, Galileu teria usado um relógio d'água. De um recipiente grande e cheio de água colocado a certa altura, saía um fino filete de água, que era coletado em outro recipiente menor durante o percurso total ou das frações do percurso para, posteriormente, ser pesado a partir da diferença e proporção dos pesos; obtinha, assim, a diferença e proporção dos tempos (Koyré, 1982).

Assim como o experimento na torre de Pisa, há também controvérsias à cerca desse experimento, que renderam discussões entre pesquisadores e historiadores da ciência. Discussões que giram em torno até mesmo da veracidade da realização do experimento, ou da sua real importância quanto a ter sido a partir desse experimento que Galileu chegou à lei matemática que descreve os movimentos uniformemente variados ou se o experimento apenas serviu para demonstrar tal descoberta.

Quanto aos pesquisadores e historiadores da ciência que acreditam na veracidade e atribuem a esse experimento grande importância para o desenvolvimento da ciência, uma vez que tal experimento teria inaugurado uma nova forma de fazer ciência, utilizando a experimentação e matemática para tentar descobrir as leis da natureza, seus argumentos são os próprios escritos de Galileu, que em sua famosa obra *Discurso e demonstrações matemáticas sobre duas novas ciências*

de 1638, descreve em detalhes a realização do experimento e as conclusões obtidas a partir deste (Rival, 1997; Crease, 2006).

O principal e mais veemente crítico, quanto à veracidade do experimento do plano inclinado, foi o historiador da ciência Alexandre Koyré. Seus principais argumentos são referentes à precariedade dos instrumentos de medidas da época, o que, segundo ele, impossibilitaria a precisão dos resultados apresentados por Galileu. De modo até irônico Koyré (1982) assim descreve o experimento:

Uma bola de bronze rolando numa ranhura “lisa e polida”, talhada na madeira! Um recipiente de água com um pequeno orifício pelo qual passa a água é recolhida num copo, para que seja pesada e, assim, medir o tempo de descida da bola: que acumulação de fontes de erro e inexatidão! (Koyré, 1982, p. 275).

Desse modo, para Koyré, os resultados apresentados por Galileu são muito precisos para os instrumentos usados para as medidas de tempo, que junto a outros fatores interferentes, como o atrito entre o plano e a esfera, fazem com que para este o experimento não tenha o valor e a importância que outros historiadores e autores lhe atribuem.

Evidentemente, alguns simpatizantes de Galileu empirista se opuseram a Koyré, defendendo a veracidade dos resultados apresentados pelo experimento, dispendo-se, inclusive, a recriar<sup>3</sup>, dentro das possibilidades, o experimento em uma situação muito próxima à da época de Galileu. A polêmica certamente continua e muitos historiadores da ciência defendem que Galileu, primeiramente, por algum raciocínio abstrato, chegou à lei matemática para, posteriormente, realizar o experimento como o plano inclinado a fim de ilustrar ou demonstrar a sua teoria (Crease, 2006).

### **O experimento do plano inclinado no âmbito escolar**

Com a realização do experimento do plano inclinado nas aulas de ciências e/ou matemática, o professor e os alunos vivenciariam inicialmente as dificuldades que o próprio Galileu, ou mesmo qualquer outra pessoa, tivera em sua execução. Seja inicialmente na construção de todo aparato ou posteriormente e, principalmente, com as precisões das medidas para, enfim, criar a possibilidade de obter uma aproximação para a relação existente entre o espaço percorrido pela esfera e o tempo transcorrido de rolagem. E, assim, poder extrapolar para além movimento de rolagem de esferas sobre planos inclinados, para o estudo e compreensão das características e do modelo matemático para o movimento de queda livre dos corpos.

Como consequências positivas no ensino das disciplinas de ciências e matemática, ter-se-ia, primeiramente, a possibilidade de os alunos adquirirem na execução do experimento: habilidades nas medidas; senso crítico quanto às incertezas dessas medidas; enriquecimento de suas perspectivas sobre o desenvolvimento científico; utilização da linguagem matemática para o estudo de um fenômeno físico.

Um ponto que deve ser destacado diz respeito à utilização da matemática enquanto ferramenta para o estudo de um fenômeno físico e também enquanto linguagem para expressar e comunicar um modelo científico. Desse modo, a realização do experimento com o plano inclinado se mostra uma boa atividade experimental, possibilitando aos alunos o desenvolvimento de habilidades na realização de medidas e na coleta, tratamento e análise de dados. Procedimentos esses, amplamente utilizados na construção do conhecimento científico.

---

<sup>3</sup> Para uma discussão sobre a possibilidade da realização do experimento nos tempos de Galileu, ver Neves et al. (2008) ou Crease (2006).

Mais especificamente, essa atividade possibilitaria ao aluno transitar nas diferentes formas de representação de uma função, por meio da construção de tabelas e gráficos e da busca de generalizações expressas por meio de expressões algébricas. Tornando-se uma boa atividade de instrução tanto para a disciplina de ciências quanto para a disciplina de matemática. À medida que amplia o domínio do ferramental matemático, aplicando-o no estudo de um fenômeno físico, caracteriza a matemática enquanto linguagem para expressar as ideias, modelos e teorias da física, beneficiando de forma significativa o aprendizado nas duas disciplinas.

### **O papel da matemática na constituição e no ensino de física.**

Autores descrevem uma diferenciação e um distanciamento entre o mundo da ciência e o mundo cotidiano, ou o que se pode denominar de cultura científica e a cultura do senso comum. Dentre outras diferenciações, uma diz respeito à linguagem empregada. A ciência normalmente utiliza-se da matemática enquanto maneira de expressar-se. Na ciência, de um modo geral e, especialmente na física, o emprego da matemática é critério de cientificidade. Desse modo, toda essa diferenciação e, mais especificamente, a utilização da matemática enquanto linguagem da física tem-se revertido, então, em dificuldades no ensino das ciências (Pietrocola, 2002).

Diante da necessidade da utilização da linguagem matemática no ensino das ciências, comumente professores de física elegem como responsável pelo fracasso no ensino de sua disciplina a fragilidade ou falta de base dos alunos nos conhecimentos matemáticos. A linguagem matemática seria, então, para muitos professores de física, a principal responsável pelo baixo desempenho dos alunos nessa disciplina, assim, para esses, uma boa formação em matemática nos anos antecedentes ao ensino de física seria a garantia de sucesso do seu aprendizado (Pietrocola, 2002).

Referente a esse argumento, Pietrocola (2002) chama a atenção para a necessidade de uma análise mais fundamentada para precisar o real papel da matemática na constituição e no ensino de física. Para esse autor, o argumento de que o insucesso dos alunos na aprendizagem da física deve-se à insuficiência na formação matemática é reforçado pela idéia (mantida por autores e professores) da matemática enquanto apenas instrumento/ferramenta ou linguagem (apenas como meio de comunicação) da física.

Assim, Pietrocola (2002) aponta a existência de uma relação mais complexa entre as duas disciplinas, sendo a matemática a linguagem estruturante da física, e que essa relação acarreta importantes implicações para o ensino da física. Sobre o papel da matemática enquanto linguagem estruturante do conhecimento físico, tem-se para Pinheiro, Alves e Pietrocola (2001):

Ela fornece um conjunto de estruturas dedutivas, por meio das quais se expressam as leis empíricas ou princípios teóricos. Nesse contexto, ela é uma forma de linguagem e ferramenta, por meio da qual são estruturadas as relações entre os elementos constituintes de uma teoria (Pinheiro, Alves e Pietrocola, 2001, p. 40).

No ensino, as atividades na disciplina de física têm-se limitado muitas vezes à resolução de problemas fechados e exercícios numéricos, contribuindo para que os alunos digam que a física é como a matemática. Porém, quanto ao ensino, essa questão de como a matemática deve ser ensinada e aprendida no contexto da física, precisa ser melhor analisada (Pietrocola, 2002).

Embora exista consciência por parte de alunos e professores de que a física é uma ciência da natureza e que relatos de experiências, observações, laboratórios e dados empíricos, etc., abundam nos livros e nos discursos didáticos, as atividades escolares acabam por se restringir às aplicações de formalismos matemáticos e aos exercícios numéricos extraídos das teorias. (Pietrocola, 2002, p. 92)

Essa percepção da matemática enquanto apenas instrumento e/ou linguagem da física tem levado à constatação de que é preciso dominar os conteúdos matemáticos para se aprender física. Ainda nesse contexto, a física no âmbito escolar tem-se tornado sinônimo de operacionalismo matemático. Sendo necessário, portanto, uma melhor análise do papel ou função da matemática no ensino dessa disciplina para que, dessa forma, ultrapasse o que vem se constatando ou apresentando atualmente: a matemática enquanto obstáculo à aprendizagem da física e causadora de insucesso no contexto educacional (Pietrocola, 2002).

Quanto à organização curricular da educação básica, nota-se uma possível articulação e integração entre alguns conteúdos de matemática e física. Na oitava série do ensino fundamental, conteúdos estudados na disciplina de matemática serão utilizados no estudo dos conteúdos da disciplina de ciências como, por exemplo, as funções e o movimento dos corpos. Na primeira série do ensino médio essa relação é bastante visível na disciplina de física onde o estudo da cinemática fundamenta-se em conhecimentos sobre as funções, que são estudadas anteriormente e/ou em paralelo na disciplina de matemática.

Assim, em geral, os professores de física gostariam que os alunos chegassem à sala de aula com uma formação matemática completa, entendendo-a como pré-requisito para o sucesso na aprendizagem da sua disciplina. E os professores de matemática sentem-se receosos em pensar a matemática como apenas uma ferramenta para as outras disciplinas, programando-a, assim, para atender apenas a articulação com as outras disciplinas (Pietrocola, 2002).

Quanto à relação entre a utilização do conhecimento matemático na constituição do conhecimento físico, Pietrocola (2002), baseado em sua experiência como professor, tem compartilhado da opinião de que para se ter um bom desempenho em física, não basta que o aluno saiba os conteúdos matemáticos dentro do próprio campo de validade da disciplina, ou seja, não é suficiente simplesmente uma boa formação matemática para se aprender física, mas sim, é necessário que o aluno utilize a matemática enquanto linguagem estruturante das ideias físicas sobre o mundo. Isso implica em adotar alternativas metodológicas para que o aluno tenha a oportunidade de usar a matemática como linguagem estruturante no ensino de física. O autor aponta como uma possibilidade o envolvimento dos alunos em atividades de ensino que utilizem o que se pode chamar, em termos de pesquisa atual, de modelização matemática.

Para Pinheiro, Pietrocola e Alves (2001), há a necessidade de etapas ou atividades iniciadoras que permitam aos alunos ter o domínio dos modelos matemáticos em contextos específicos. Seria necessário que, por meio dessas atividades, os alunos compreendessem que os modelos matemáticos são a maneira pela qual o conhecimento científico é estruturado e então comunicado. Esses autores destacam que os procedimentos adotados nesse tipo de atividades são os correspondentes ao processo de modelização ou modelagem matemática<sup>4</sup>.

Sobre a utilização da modelagem matemática no ensino, Biembengut (2004) argumenta:

Como é essencialmente um método de pesquisa, no Ensino, a modelagem matemática pode tornar-se caminho para despertar no aluno interesse por assuntos de matemática e, também, de alguma área da ciência que ainda desconheça, ao mesmo tempo em que ele aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problemas por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçado seu senso investigativo e criativo (Biembengut, 2004, p. 23).

A realização do experimento do plano inclinado possibilitaria aos alunos envolverem-se numa atividade onde teriam que coletar os dados e realizar uma modelização matemática. As medidas das grandezas físicas, tempo transcorrido de rolagem e distância percorrida pela esfera

---

<sup>4</sup> Para os procedimentos e etapas do processo de modelagem matemática, ver Bassanezi (2002) e Biembegut e Hein (2005). Esses autores designam de modelação matemática a utilização da modelagem matemática no ensino e aprendizagem de matemática.

sobre o plano, e a busca de uma relação entre essas grandezas físicas, buscando dentro das funções matemáticas já conhecidas, uma que pudesse representá-las, tal como a variação linear ou quadrática, envolvendo os alunos em atividades como as de representar os dados coletados no experimento através de tabelas, gráficos e equações.

### Modelização matemática

Tem-se percebido dificuldade por parte dos alunos em utilizar modelos matemáticos para a apropriação e utilização do conhecimento físico. O que tem levado à constatação da necessidade da realização de atividades de ensino que possibilitem aos alunos a apreensão e domínio da matemática enquanto estruturadora de modelos (Pinheiro, Pietrocola e Alves, 2001).

Um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto de estudo, sendo que sua importância está na utilização de uma linguagem concisa e que pode expressar as ideias de modo claro e sem ambiguidades. Já a modelagem matemática é a arte de transformar em problemas matemáticos as situações ou problemas da realidade. A modelagem matemática consiste no processo de obtenção e validação de modelos matemáticos, que tem com finalidade a previsão de tendências, conseguidas graças à abstração e à generalização utilizadas nesse processo (Bassanezi, 2002).

Karam e Pietrocola (2009), partindo inicialmente do pressuposto de que não basta, apenas, saber matemática dentro do próprio contexto dessa disciplina para utilizá-la na compreensão e/ou modelagem dos fenômenos físicos, fazem uma análise da utilização da matemática no ensino de física e apresentam uma distinção entre duas categorias ou habilidades a serem desenvolvidas quanto à aprendizagem de matemática denominadas por eles de *habilidades técnicas* e *habilidades estruturantes*.

As habilidades técnicas são tradicionalmente desenvolvidas dentro da própria disciplina de matemática e estão relacionadas diretamente ao domínio técnico de algoritmos, como por exemplo, realizar cálculos, resolver equações, construir gráficos, utilizar fórmulas, etc. As habilidades estruturantes são desenvolvidas quando do uso da matemática em outros domínios, aqui considerando, em especial na física, e estão relacionadas à capacidade de pensar e compreender os fenômenos do mundo físico (Karam e Pietrocola, 2009).

Tabela 1: Distinções entre as habilidades técnicas e habilidades estruturantes, segundo Karam e Pietrocola (2009).

<i>habilidades técnicas</i>	<i>habilidades estruturantes</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- pertencem mais ao campo interno da própria matemática.</li> <li>- requerem o domínio instrumental de algoritmos, regras, fórmulas, gráficos, etc.</li> <li>- na maioria das vezes não estão relacionadas com alguma situação-problema ou aplicação.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- dizem respeito à capacidade de utilizar a matemática fora de seus domínios.</li> <li>- requerem pensar matematicamente os fenômenos do mundo físico.</li> <li>- servem para estruturar o mundo físico por meio da matemática.</li> </ul>

No ensino de física, o desenvolvimento dessas habilidades estruturantes está relacionado com o processo de construção de modelos ou da modelização (Karam e Pietrocola, 2009). No entanto, no que diz respeito ao ensino de física, a construção ou apropriação de modelos, ou seja, o processo de modelização é pouco abordado e seu ensino tem se restringido a simples apresentação

de modelos prontos. Assim, a referência a modelos matemáticos no ensino de física tem se apresentado basicamente sob dois modos, reduzidos e contraditórios, ou como retratos fiéis da realidade, ou então, sem nenhuma contextualização histórica (Pinheiro, Pietrocola e Alves, 2001).

No ensino de física, a modelização matemática é apontada por Pinheiro, Pietrocola e Alves (2001) e Pietrocola (2002) como uma alternativa metodológica para estabelecer a função da matemática enquanto linguagem estruturante do conhecimento físico. Esses autores sugerem a necessidade da realização de atividades que introduzam os alunos do ensino básico na prática de modelização matemática de fenômenos naturais.

Para o contexto do ensino de Física, uma modelização matemática precisa incorporar de forma explícita o domínio empírico, ou seja, envolver atividades experimentais. Uma boa atividade modelizadora deveria necessariamente se preocupar na passagem dos dados brutos contidos numa observação, até uma representação conceitual de um fenômeno enfocado. (Pietrocola, 2002, p.107)

### **Atividades de modelização de variáveis**

Segundo Pinheiro, Pietrocola e Alves (2001) uma atividade de modelização matemática, considerada aqui mais especificamente no processo de ensino e aprendizagem de física, e tratando especificamente das relações entre grandezas físicas denominada por esses autores de modelização de variáveis, é basicamente constituída pelos seguintes procedimentos: motivação, formulação de hipóteses, validação de hipóteses e novos questionamentos, e enunciado.

A motivação consiste na apresentação de uma situação-problema que tenha significado para o aluno e que, portanto, tenha relações com suas experiências anteriores, de modo que o aluno tenha alguma conceituação prévia sobre os objetos de estudo. Nesse momento deve-se orientar a atenção do aluno para a identificação das grandezas envolvidas na situação em questão, o que muda ou não, ou que grandezas ou variáveis se relacionam ou não.

Uma vez tendo a percepção da existência de regularidades e variações, inicia-se a formulação de hipóteses a respeito das variações entre essas grandezas. Nesta etapa faz-se uma previsão ou uma expectativa teórica quanto ao modelo que poderia explicar as regularidades e variações observadas.

A validação das hipóteses inicia-se pela experimentação. É basicamente o ato de atribuir e obter dados quantitativos das grandezas envolvidas e das relações entre elas. Os dados obtidos podem ser organizados e apresentados em tabelas que, para uma melhor análise desses dados, podem ser representados mediante a construção de gráficos que, pela distribuição dos pontos e da idealização do problema, permitem obter um modelo analítico ou algébrico que, por sua vez, possibilita a realização de novos questionamentos.

Na conclusão da atividade experimental, faz-se, então, uma comparação entre o modelo empírico, os dados coletados e modelo teórico. Nessa etapa, denominada de enunciado, faz-se uma discussão quanto à generalidade do modelo obtido e de sua aplicabilidade a outros contextos.

Para Pinheiro, Pietrocola e Alves (2001) as atividades de modelização de variáveis devem ser desenvolvidas de modo que o aluno utilize e, então, passe a ter domínio das três formas de representação de uma função (tabelas, gráficos e fórmulas). Sendo necessário para isso que os alunos realizem atividades experimentais a fim de possibilitar o desenvolvimento de habilidades na construção de tabelas e gráficos, na análise de dados, na interpolação e extrapolação de dados e na generalização por meio de um modelo algébrico. Contribuindo, desse modo, para o conhecimento e a utilização da matemática enquanto linguagem estruturante do conhecimento científico e, também,



para desmistificar as fórmulas que muitas vezes passam a ser encaradas pelos alunos como algo surgido da cabeça de algum gênio e, portanto, incompreensível para eles.

### **Exemplo de uma atividade de modelização de variáveis com o plano inclinado**

A atividade descrita a seguir foi realizada separadamente com duas turmas da oitava série do ensino fundamental, de uma escola da rede pública do estado de Santa Catarina. E se constitui em uma das atividades, de um conjunto de atividades elaboradas e aplicadas de uma sequência didática, referente ao estudo das funções e da queda livre dos corpos, nas disciplinas de matemática e ciências. A sequência didática foi desenvolvida no primeiro semestre de 2010, entre os meses de junho e julho e, especificamente, a atividade do experimento com o plano inclinado foi desenvolvida em quatro aulas de quarenta e cinco minutos cada.

A atividade é um exemplo para explorar e sistematizar o conteúdo referente ao movimento uniformemente variado e também da função do segundo grau, cujo modelo matemático é representado por  $y = ax^2$ . É uma atividade com o plano inclinado cujo objetivo é determinar a relação existente entre a distância percorrida por um corpo sobre um plano inclinado em função do tempo de descida.

Utilizou-se para a montagem do experimento de material alternativo e de fácil acesso (figura 1). Para montar as calhas, por exemplo, foram utilizados trilhos de alumínio (de 2 metros de comprimento). Para obter algumas inclinações diferentes foram usadas caixas de leite como calços. E esferas metálicas (de 2 centímetros de diâmetro) foram obtidas a partir de rolamentos. Como instrumentos de medida de comprimento e tempo, usaram-se trenas e aparelhos de celular com a função cronômetro.



Figura 1: Materiais utilizados na montagem do experimento.

Para a realização da atividade os alunos foram divididos em pequenos grupos (de três ou quatro alunos). Com os materiais (trilho de alumínio, calço, esfera de aço, trena, cronômetro e guia de orientações) montaram e realizaram o experimento. Assim, a partir de materiais alternativos e instrumentos de medidas disponíveis atualmente, foi, de certa maneira, recriado o célebre

experimento de Galileu com o plano inclinado. Lembrando que o objetivo dessa atividade não era usar para a medida dos tempos, dos recursos supostamente usados por Galileu.

Essa atividade tinha como objetivo principal envolver os alunos em uma atividade experimental, promovida a partir de uma situação-problema que envolvia o estudo do movimento de rolagem de uma esfera sobre um plano inclinado. Que, por sua vez, fazia também parte de um estudo mais amplo referente à situação-problema inicial, ou seja, o estudo da queda dos corpos próximo à superfície da Terra.

Assim, a motivação para essa atividade foi, num contexto maior, estudar a queda dos corpos próximos à superfície da Terra. Mas, uma vez que esse movimento se dá de maneira relativamente rápida, o que torna difícil de acompanhá-lo, sem dizer da dificuldade de realizar alguma medida, graduou-se a aceleração do movimento usando o plano inclinado. Discussões históricas acerca do estudo da queda dos corpos, destacando os experimentos atribuídos a Galileu, tal com a construção e realização de experimentos com planos inclinados, ajudaram na motivação.

Inicialmente chamou-se a atenção dos alunos que para estudar esse movimento era necessário utilizarem de práticas ou procedimentos estabelecidos pela comunidade científica, tais como: a observação intencional, análise e interpretação de dados, explicação e previsão de um fenômeno. Depois listaram-se as grandezas que poderiam ser medidas, tais como: o ângulo de inclinação do plano; as distâncias percorridas pela esfera na rolagem sobre o plano; o tempo de descida; e a velocidade na descida. E então voltou-se a atenção para as grandezas que dependem entre si, tais como: quanto maior a inclinação, maior a velocidade de descida; a velocidade da esfera aumenta como o tempo de descida; e é claro, quanto maior o tempo de descida, maior a distância percorrida pela esfera sobre o plano.

Para a formulação das hipóteses, questionou-se os alunos quanto à possibilidade de estabelecer alguma regularidade entre a distância percorrida e o tempo de descida. As respostas foram do tipo: quanto maior a inclinação do plano, maior é a velocidade de descida da esfera, ou quanto mais tempo a esfera desce, mais velocidade ela ganha e distâncias maiores ela percorre.

Assim, uma vez mantida a inclinação (que possibilitou o acompanhamento e a realização das medidas), iniciou-se a validação das hipóteses. Iniciou-se, então, a etapa experimental, com a realização das medidas das grandezas selecionadas. Determinou-se a realização de cinco tomadas de tempo para cada percurso determinado. E que as anotações das medidas de tempo fossem organizadas e registradas conforme a tabela 2. Além disso, também foi determinado que fossem realizados os cálculos do tempo médio para cada percurso.

Tabela 2: Proposta para a determinação das distâncias, tomadas de tempo e organização dos dados coletados, com as medidas de tempos obtidas por um dos grupos.

Tempos (em segundos)						Distâncias (em metros)
$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_m$	$d$
0	0	0	0	0	0	0
1,5	1,6	1,6	1,5	1,4	1,52	0,45
2,2	2,1	2,3	2,3	2,2	2,25	0,90
2,8	2,7	2,7	2,8	2,7	2,74	1,35
3,4	3,4	3,4	3,3	3,2	3,16	1,80

Uma vez feitos os cálculos dos tempos médios, os alunos anotaram esses resultados na tabela 3.

Tabela 3: Anotações dos tempos médios e distâncias para a construção do gráfico, com os dados preenchidos pelo grupo.

Tempo médio (em segundos)	Distância percorrida (em metros)
$t_m$	$d$
0	0
1,52	0,45
2,22	0,90
2,74	1,35
3,16	1,80

A seguir, os alunos representaram os dados num gráfico. Na construção do gráfico, foi necessário que professor orientasse quanto: atribuição das grandezas aos eixos, estabelecimento de escalas, verificação da distribuição dos pontos, delimitação das variáveis dependentes e independentes. A construção do gráfico feita no papel milimetrado (figura 2) representava o tempo médio no eixo das abscissas e a distância percorrida no eixo das ordenadas. A visualização dos dados no gráfico rendeu a verificação de qual modelo (linear ou quadrático) melhor descreveria a relação existente entre a distância percorrida e o tempo médio gasto.

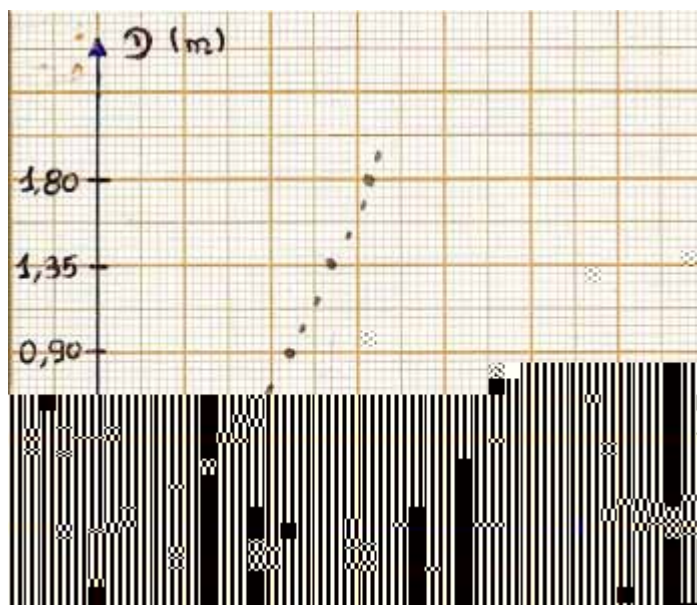


Figura 2: Gráfico construído pelo grupo com os dados da tabela 3.

Assim, a partir da distribuição dos pontos e da escolha e traçado da melhor curva, todos os grupos optaram pela parábola. Deu-se um passo importante para a construção do modelo matemático para explicar o fenômeno. Na busca do modelo matemático representado por uma fórmula, os alunos realizaram (com o auxílio de calculadoras) os cálculos sugeridos e preencheram a tabela 4.

Tabela 4: Cálculos sugeridos para a obtenção do modelo matemático representado por uma fórmula, como os dados do grupo.

Quadrado dos tempos	Razão entre a distância e o quadrado do tempo
$t^2$	$d/t^2$
0	-
2,310	0,194
4,328	0,182
7,507	0,179
10,180	0,180
13,389	0,180

Com o preenchimento das tabelas anteriores e as respostas dadas às questões especificadas abaixo (figura 3), pôde-se ir além dos dados coletados, a realização de uma idealização para o fenômeno físico estudado. Desse modo, foi possível obter o modelo matemático expresso em três representações diferentes, ou seja, em tabelas, gráfico e fórmula. Além de usá-lo para interpolar e extrapolar novos dados, considerando tempos e distâncias diferentes das obtidas.

A seguir estão as questões que foram respondidas pelos alunos para auxiliá-los na obtenção do modelo matemático e na posterior aplicação a outras situações. Como pode-se verificar nas questões formuladas, também cobraram-se novas representações em tabela e gráfico.

1) O movimento de rolagem da esfera sobre o plano inclinado apresenta quais características? A velocidade de descida é constante ou aumenta com o tempo?

*R: característica é que a velocidade aumenta durante a descida.*

2) As razões entre a distância percorrida e o quadrado do tempo transcorrido apresentaram resultados próximos? Próximos a qual resultado?

*R: Resultados de resultados, 0,18.*

3) Obtenha o modelo matemático que descreve o movimento da esfera sobre o plano inclinado. Escreva a equação que relaciona distância percorrida em função do tempo transcorrido.

*0,18* ou  $d = 0,18t^2$

$\frac{d}{t^2} = \frac{0,18}{1}$

4) Utilize a equação da questão anterior e complete a tabela:

$t(s)$	$d(m)$
0	0
1	0,18
2	0,72
3	1,62
4	2,88
5	4,5
6	6,42

5) Numa folha de papel milimetrado construa um gráfico para ilustrar os dados da tabela da questão anterior. Coloque os tempos no eixo das abscissas e as distâncias no eixo das ordenadas.

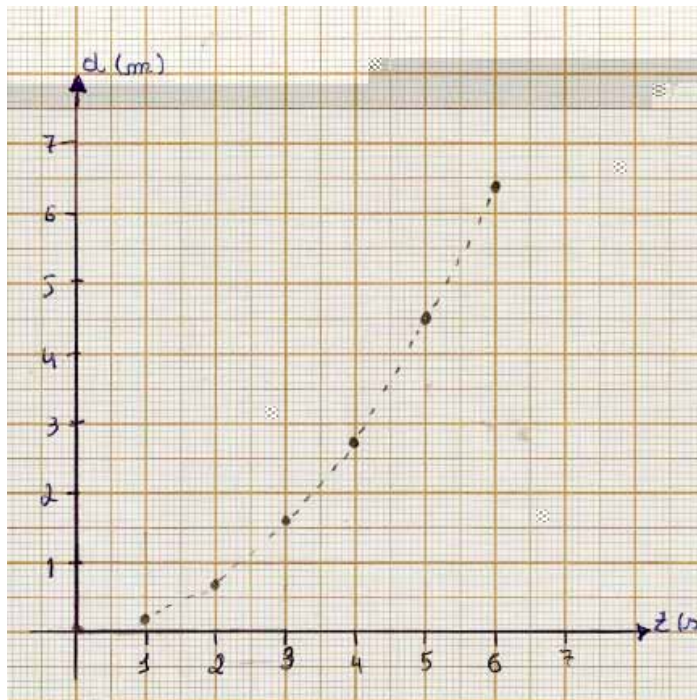


Figura 3: Resolução das questões, preenchimento da tabela e construção do gráfico pelo grupo.

Assim, essas questões auxiliaram os alunos na obtenção e aplicação do modelo matemático. Evidente que os alunos precisaram e contaram com a orientação e auxílio do professor. Por exemplo, na terceira questão (figura 3) o professor orientou os alunos a calcularem as médias das razões obtidas entre as distâncias percorridas e o quadrado dos tempos, para utilizarem esse resultado na obtenção da fórmula que relaciona a distância percorrida pela esfera sobre o plano inclinado em função do tempo de rolagem.

Outra atividade realizada com o plano inclinado e que envolvia também a coleta e tratamento matemático de dados foi desenvolvida com a exploração de um simulador do plano inclinado<sup>5</sup>. Essa atividade consistiu na coleta de dados das grandezas tempo e distância, do preenchimento de tabelas, da construção de gráficos e da obtenção de fórmulas (figura 4). E tinha o mesmo objetivo do experimento realizado com o plano inclinado, ou seja, a obtenção e tratamento matemático de dados, a diferença estava na obtenção das medidas das grandezas físicas, distância e tempo, que agora foram obtidas através de um simulador.

Perdeu-se evidentemente a manipulação por parte dos alunos com os instrumentos de medida e com o próprio plano inclinado, mas ganhou-se quanto às possibilidades de simular o experimento com as mais variadas inclinações e comprimentos para o plano. Assim, podiam-se obter dados, ou seja, medidas de tempos e distâncias, para comprimentos do plano inclinado que simplesmente seriam impraticáveis concretamente e, também, tinha-se a possibilidade de extrapolar a inclinação do plano até obter-se, enfim, a queda livre.

<sup>5</sup> Simulador disponível em: <http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Applets/Applets1/PlanoInclinado/PlanoInc.html>

**Movimento Uniforme:**

Realize uma simulação com os seguintes dados: distância de 400m; ângulo de 0°; velocidade inicial de 20m/s distância inicial de 0m e gravidade de 10m/s<sup>2</sup>. Use as funções *parar* e *continue* e obtenha quatro medições, anote os dados na tabela:

t(s)	d(m)	d/t
2,300	46,0	20
5,399	107,999	20,003
12,899	267,999	20,003
18,699	373,999	20,003

Obtenha a equação matemática que determina a distância percorrida em função do tempo transcorrido.

$$\frac{d}{t} = \frac{20}{1} \quad d = 20t$$

**Plano Inclinado:**

Realize uma simulação com os seguintes dados: distância de 400m; ângulo de 30°; velocidade inicial de 0m/s distância inicial de 0m e gravidade de 10m/s<sup>2</sup>. Use as funções *parar* e *continue* e obtenha quatro medições, anote os dados na tabela:

t(s)	d(m)	d/t <sup>2</sup>
1,617	5,759	2,502
3,339	24,500	2,500
5,061	43,500	2,500
6,783	63,500	2,500

Obtenha a equação matemática que determina a distância percorrida em função do tempo transcorrido.

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

**Queda Livre 1:**

Realize uma simulação com os seguintes dados: distância de 400m; ângulo de 90°; velocidade inicial de 0m/s distância inicial de 0m e gravidade de 10m/s<sup>2</sup>. Use as funções *parar* e *continue* e obtenha quatro medições, anote os dados na tabela:

t(s)	d(m)	d/t <sup>2</sup>
2,459	30,250	5,002
5,947	176,890	5,004
7,567	285,640	5,004
8,675	376,360	5,004

Obtenha a equação matemática que determina a distância percorrida em função do tempo transcorrido.

$$d = 5t^2$$

**Queda Livre 2:**

Realize uma simulação mantendo constantes os seguintes dados: ângulo de 90°; velocidade inicial de 0m/s distância inicial de 0m e gravidade de 10m/s<sup>2</sup>. Mude a distância e complete a tabela:

t <sub>final</sub> (s)	V <sub>final</sub> (m/s)	d <sub>percorrida</sub> (m)
1,0	10,0	5
2,0	20,0	20
3,0	30,0	45
4,0	40,0	80
5,0	50,0	125
6,0	60,0	180

Construa dois gráficos (no papel retrado), um para representar a velocidade em função do tempo e outro para representar a distância percorrida em função do tempo.

Considere a velocidade em função do tempo.

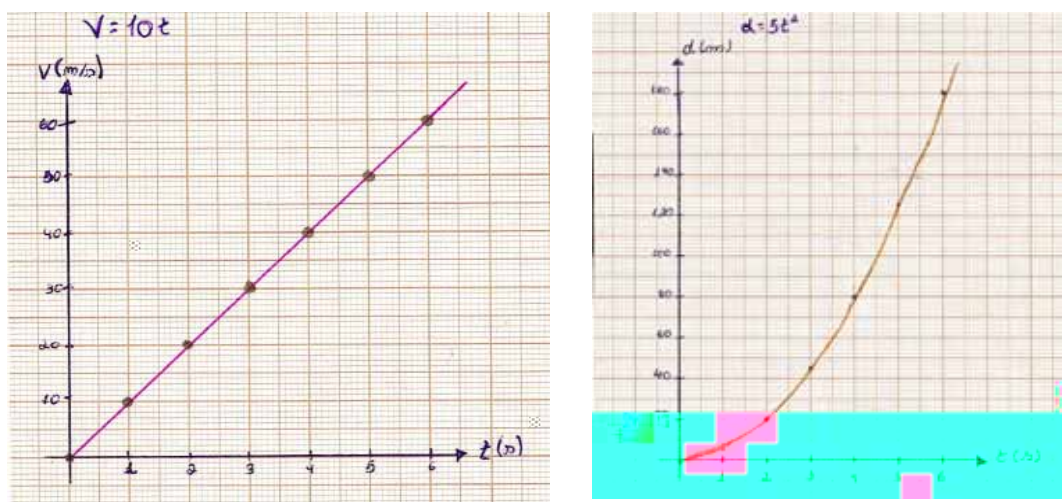


Figura 4: Exemplo das atividades realizadas com o simulador do plano inclinado, com os dados obtidos, cálculos realizados e gráficos construídos por um dos grupos de alunos.

Diante da necessidade de verificar, ou melhor, avaliar a evolução dos alunos quanto aos procedimentos na coleta e tratamento matemático de dados, e na obtenção de modelos matemáticos para explicar um fenômeno físico, realizou-se mais um experimento com o plano inclinado. Desta vez, foi usado um trilho de alumínio maior (10 metros de calha), que foi apoiado sobre uma das rampas da escola. As obtenções das medidas foram realizadas com todo o grupo de alunos, que foram divididos em duplas, e um integrante da dupla ajudou na realização do experimento, ou abandonando a esfera do ponto inicial, ou realizando a medida de tempo em uma das distâncias determinadas, ou ainda segurando a esfera no fim do trilho, enquanto outro integrante anotava as tomadas de tempo para cada distância determinada, organizando os dados numa primeira tabela (tabela 5).

O restante da atividade se dava dentro da sala de aula e se tratava da realização de cálculos, do preenchimento de tabelas (tabelas 5 e 6), da construção de gráficos (figuras 5 e 6) e da obtenção de um modelo matemático (tabela 6 e figura 6) para o fenômeno estudado, representado por meio de uma equação e sua utilização na resolução de outras atividades (figura 7). Basicamente realizaram-se os mesmos procedimentos das atividades anteriores com o plano inclinado e com o simulador, o objetivo era avaliar se havia ocorrido uma melhora e uma maior autonomia na realização da atividade.

Tabela 5: Proposta para a determinação das distâncias, tomadas de tempo e organização dos dados coletados para o novo experimento com o plano inclinado, com as medidas de tempos anotadas por uma das duplas.

Tempos (em segundos)						Distâncias (em metros)
$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_m$	$d$
0	0	0	0	0	0	0
2,87	2,53	2,26	2,49	2,54	2,43	1
3,50	3,53	3,53	3,68	3,51	3,55	2
4,25	4,45	4,18	4,25	4,25	4,27	3
4,60	4,79	5,11	5,11	4,92	4,90	4
5,40	5,42	5,54	5,49	5,26	5,44	5
6,10	6,25	6,16	6,19	6,22	6,18	6
6,45	6,80	6,68	6,69	6,84	6,68	7
7,2	7,2	7,0	7,0	7,1	7,1	8
7,70	7,70	7,65	7,65	7,66	7,66	9

1) Construa o gráfico (no papel milimetrado) com os dados da tabela. Represente o tempo médio no eixo das abscissas e a distância percorrida no eixo das ordenadas. A partir da visualização dos dados no gráfico, qual modelo (linear ou quadrático) melhor descreve a relação entre a distância percorrida e o tempo médio gasto?

O gráfico deu uma parábola, por isso o modelo quadrático descreve melhor a relação entre a distância percorrida e o tempo médio gasto.

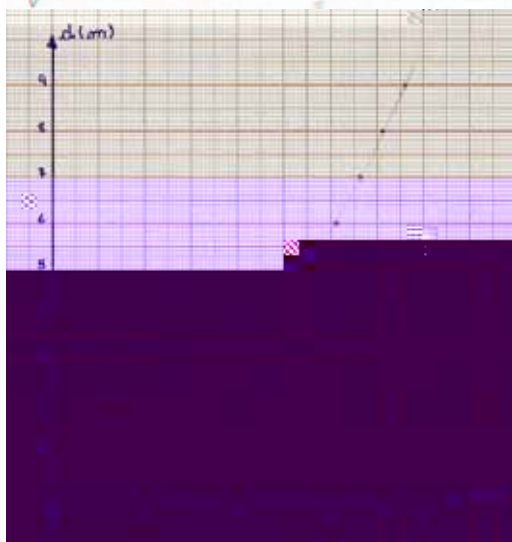


Figura 5: Questão proposta e a resposta apresentada pela dupla, com o gráfico construído com os dados da tabela 5.

Tabela 6: Cálculos sugeridos para a obtenção do modelo matemático representado por uma fórmula, com os dados preenchidos pela dupla.

Tempo (em segundos)	Distância (em metros)	Distância dividida pelo quadrado do tempo
$t$	$d$	$\frac{d}{t^2}$
0	0	0
2,43	1	0,168
3,55	2	0,158
4,27	3	0,163
4,90	4	0,166
5,44	5	0,168
6,18	6	0,15
6,68	7	0,156
7,1	8	0,158
7,66	9	0,152



1) As razões entre a distância percorrida e o quadrado do tempo transcorrido apresentaram resultados próximos? Próximos a qual resultado?

*Sim, próximos a 0,16*

2) Obtenha o modelo matemático que descreve o movimento da esfera sobre o plano inclinado. Escreva a equação que relaciona distância percorrida em função do tempo transcorrido.

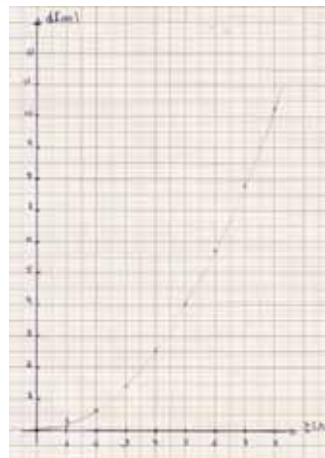
$$d = 0,16 t^2$$

Figura 6: Questões propostas e as respostas apresentadas pela dupla a partir dos dados da tabela 6.

1) Utilize a equação obtida em questões anteriores e complete a tabela:

$t(s)$	$d(m)$
0	0
1	0,16
2	0,64
3	1,44
4	2,56
5	4
6	5,76
7	7,84
8	10,24

2) Numa folha de papel milimetrado construa um gráfico para ilustrar os dados da tabela da questão anterior. Coloque os tempos no eixo das abscissas e as distâncias no eixo das ordenadas.



3) Considere que o plano inclinado (rampa) seja suficientemente grande e utilize a equação (fórmula) obtida anteriormente para determinar o tempo necessário para que a esfera percorra 16 metros sobre esse plano?

$$\begin{aligned}
 d &= 0,16 t^2 \\
 16 &= 0,16 t^2 \\
 0,16 t^2 &= 16 \\
 t^2 &= \frac{16}{0,16} \\
 t^2 &= 100 \\
 t &= \sqrt{100} \\
 t &= 10
 \end{aligned}$$

Figura 7: Questões propostas para a utilização do modelo matemático, o preenchimento das tabelas, construção do gráfico e respostas apresentadas pela dupla.

## Considerações finais

Uma vez percebendo-se a importância da utilização da matemática no desenvolvimento da física e, conseqüentemente, no seu ensino e, partindo-se do pressuposto da necessidade da realização de atividades de ensino que possibilitem aos alunos utilizar a matemática enquanto linguagem estruturante do conhecimento físico. Caberia ainda o questionamento quanto às possibilidades e vantagens, especificamente no que diz respeito à exploração e estudo dos conteúdos matemáticos, quando de sua utilização no estudo dos fenômenos do mundo físico.

Assim, encontra-se em Bassanezi (2002), que o desenvolvimento do gosto pela matemática é facilitado quando movido por estímulos e interesses externos à matemática, provenientes do mundo real. Desse modo, indica-se a necessidade de utilizar os instrumentos da matemática interrelacionados com outras áreas do conhecimento.

Sobre que perspectiva uma integração entre o ensino de matemática e física deveria se desenvolver, tem-se em Karam (2007):

É justamente dentro desta perspectiva de *ações integradas facilitadoras* que pensamos que seja desejável uma abordagem interdisciplinar para o ensino de Matemática e Física, com os objetos matemáticos ganhando significado a partir de exemplos concretos de fenômenos físicos e estes fenômenos sendo modelizados pela linguagem matemática (Karam, 2007, p.7).

Assim, se as funções constituem-se na linguagem matemática utilizada para o estudo dos fenômenos físicos, tais como o movimento dos corpos. Tem-se que esses conteúdos privilegiam uma integração e que uma proposta nessa perspectiva pode ser vantajosa para ambas as disciplinas. Os conceitos da física enriquecem com significado e aplicações o estudo das funções, enquanto essas enriquecem o estudo do movimento dos corpos por meio de uma linguagem mais concisa, universal e sem ambigüidade.

E ainda, levando-se em consideração a importância que esses conteúdos têm na composição do programa curricular na oitava série do ensino fundamental. Sendo que é justamente nessa série que o estudo das funções e do movimento dos corpos passam a ser mais sistemáticos, justificando, portanto, esse momento como propício para uma abordagem integradora, que vise uma aprendizagem mais eficiente e significativa. Acreditando-se também que reflexos positivos poderão ser sentidos quando do estudo desses conteúdos na primeira série do ensino médio.

Mais especificamente, a atividade com o plano inclinado propiciou aos alunos transitar pelas três maneiras de representação de uma função, mediante a construção e análise de tabelas e gráficos e da obtenção de fórmulas. E contribuiu significativamente para desmistificar a obtenção e uso de fórmulas que, muitas vezes, são apresentadas aos alunos sem qualquer justificativa e, por conseguinte, encaradas por estes como algo por vezes incompreensível.

Como essa atividade de modelização matemática foi realizada mediante a execução do experimento do plano inclinado e que, por sua vez, fazia parte de um estudo mais amplo referente à queda livre dos corpos, ela foi importante para o estudo e compreensão das características do movimento uniformemente variado e, por consequência, do estudo e características do movimento de queda livre dos corpos, possibilitando o envolvimento dos alunos em uma atividade experimental, ampliando a abordagem dos temas queda livre dos corpos e funções, para além da rotina de leitura e discussão do livro texto e da resolução de problemas modelos.

## Referências

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Editora Contexto.

- Biembengut, M. S. (2004). *Modelagem matemática & implicações no ensino aprendizagem de matemática*. 2 ed. Blumenau: Edifurb.
- Biembengut, M. S. & Hein N. (2005). *Modelagem matemática do ensino*. 4 ed. São Paulo: Editora Contexto.
- Crease, R. P. (2006). O experimento alfa Galileu e o plano inclinado. In: *Os 10 mais belos experimentos científicos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, p. 47 – 55.
- Karam, R. A. S. (2007). *Matemática como estruturante e física como motivação: uma análise de concepções sobre as relações entre matemática e física*. In: VI ENPEC – Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de Ciência, 2007, Florianópolis, SC. Anais do VI ENPE. Acesso em: 01 de jun., 2010. Disponível em: <http://www.fae.ufmg.br/abrapec/viempec/entrar.html>.
- Karam, R. A. S. & Pietrocola, M. (2009). Habilidades Técnicas Versus Habilidades Estruturantes: Resolução de Problemas e o Papel da Matemática como Estruturante do Pensamento Físico. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. Florianópolis, v.2, n.2. p. 181-205. Acesso em: 16 de fev., 2010. Disponível em: [http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero\\_2\\_2009/ricardo.pdf](http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/ricardo.pdf).
- Koyré, A. (1982). Uma experiência de medida. In: *Estudos de História do Pensamento Científico*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, p. 271-300.
- Martins, R. A. (1990). Sobre o papel da história da ciência no ensino. *Boletim da Sociedade de História da Ciência* (9): p. 3-5. Acesso em 14 de jun., 2009. Disponível em: <http://ghtc.ifi.unicamp.br/pdf/ram-42.pdf>
- Martins, R. A. (2006). A história da ciência e seus usos na educação. In: SILVA, Cibelle Celestino. *Estudos de história e filosofia da ciência: subsídios para aplicação no ensino*. São Paulo: Livraria da Física. Acesso em 8 de mar., de 2010. Disponível em: <http://ghtc.ifi.unicamp.br/pdf/ram-116.pdf>
- Matthews, M. R. (1995). História, Filosofia e Ensino de Ciências: a tendência atual de reaproximação. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*: v.12, n. 3, p. 164-214. Acesso em: 23 de nov., 2009. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/7084/6555>.
- Neves, M. C. D. et al. (2008). Galileu fez o experimento do plano inclinado? *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*: v. 7, n.1, p. 226-242. Acesso em: 8 de nov., 2009. Disponível em: [http://saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen7/ART11\\_Vol7\\_N1.pdf](http://saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen7/ART11_Vol7_N1.pdf).
- Peduzzi, L.O.Q. (2001). Sobre a utilização da História da Ciência. In: PIETROCOLA, M. (Org.). *Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora*. Florianópolis: Editora da UFSC, p. 151-170.
- Pietrocola, M. (2002) A Matemática como Estruturante do Conhecimento Físico. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*: v.19, n.1 p. 89-109. Acesso em: 14 de jan., 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/9297/8588>.
- Pinheiro, T. F.; Pietrocola, M. & Alves Filho, J. P. (2001). Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico. In: PIETROCOLA, M. (Org.). *Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora*. Florianópolis: Editora da UFSC, p. 31-52.
- Rival, M. (1997). A queda dos “graves”. In: *Os Grandes Experimentos Científicos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, p. 15-17.

Zylbersztajn, A. (1988) Galileu – Um cientista e várias versões. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*. Florianópolis, v. 5 p. 36-48. Acesso em: 04 de fev., 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/viewFile/10073/9298>.

Recebido em: 22.09.10

Aceito em: 04.11.10