O PENSAMENTO ALGÉBRICO E AS TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

The algebraic thinking and Research Tasks: an experience in Elementary Education

Adriana Quimentão Passos [adrianaqpassos@gmail.com]
Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual de Londrina PR.
Rodovia Celso Garcia Cid. PR 345. Km 379
Eliane Maria de Oliveira Araman [eliane.araman@gmail.com]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Câmpus Cornélio Procópio
Avenida Alberto Carazzai, 1640 - Centro, Cornélio Procópio - PR
Pedro dos Santos [pedro-durindo@hotmail.com]
Secretaria Municipal de Educação de Cândido Mota
Rua São Paulo, 254 – Cândido Mota – São Paulo

Resumo

No presente artigo, apresentamos a aplicação de uma Tarefa de Investigação em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental com a intenção de discutir a possibilidade de tomar essa estratégia metodológica como um meio para favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nesse nível de ensino. Para isso, realizamos uma pesquisa de referenciais bibliográficos que evidenciam a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Fundamental e como as Tarefas de Investigação podem contribuir para a elaboração do conhecimento matemático em sala de aula. Com a intervenção foi possível observar que a articulação entre a álgebra e os números permite que os alunos investiguem uma situação por meio da linguagem algébrica e realizem diversas operações. Também se notou que a metodologia das Tarefas de Investigação permite aos alunos levantar hipóteses, observar regularidades, testar as hipóteses e fazer as adequações pertinentes, testar os resultados obtidos, argumentar com os colegas, entre outros.
Palavras-chave: Educação Matemática; Tarefas de Investigação; Pensamento Algébrico.

Abstract

In this paper we present the application of a Research Task in a class of 7th grade of elementary school with the intention of discussing the possibility of taking this methodological strategy as a means to encourage the development of algebraic thinking in this level of education. With this purpose, we conducted a survey of bibliographic references that shows the importance of the development of algebraic thinking in elementary school and how Research Tasks can contribute to the development of mathematical knowledge in the classroom. By the intervention was possible to observe that the relationship between algebra and numbers allows students to investigate a situation using algebraic language and perform various operations. It was also noted that the methodology of the Research Tasks allows students to make hypotheses, observe regularities, test these hypotheses and make relevant adjustments, test results, arguing with colleagues, among others.
Keywords: Mathematics Education; Research Tasks; Algebraic Thinking.

Introdução

A importância do desenvolvimento do Pensamento Algébrico é discutida por muitos pesquisadores da Educação Matemática – Bussmann e Savioli (2008); Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Viola dos Santos (2008). Essas pesquisas apresentam o seu desenvolvimento histórico, suas fases, evidenciando a "passagem" da aritmética para as estruturas algébricas, bem como a importância de abordagens pedagógicas que contribuam para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

O trabalho de natureza não rotineira, como as atividades de investigação, por exemplo, permite uma abordagem matemática que privilegia explorar os conteúdos matemáticos, a percepção de suas conexões, o atendimento às características individuais dos alunos, ou seja, uma compreensão da natureza da atividade matemática (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2003).

Neste artigo temos como objetivo apresentar e analisar uma atividade de investigação, desenvolvida com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, que, além das potencialidades pedagógicas colocadas no parágrafo anterior, favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico neste nível de ensino.

Os aportes teóricos que apresentamos evidenciam que a interface entre as atividades de investigação e o desenvolvimento do pensamento algébrico é profícua e necessária. Sendo assim, consideramos que os resultados obtidos nesta experiência podem contribuir com reflexões e ações que visem à integração desses referenciais, colaborando para práticas pedagógicas que objetivem um ensino de Matemática significativo.

O pensamento algébrico

Ao longo dos anos, o conhecimento matemático foi sendo desenvolvido para atender não somente às aplicações práticas, mas também ao pensamento abstrato. Diante disso, a aritmética ganhou novas configurações, de modo que, gradualmente, a Matemática passou a desenvolver um ramo denominado álgebra (VIOLA DOS SANTOS, 2007). De acordo com Struik (1989, p. 58), a "história da Matemática registra, entre os babilônios, cerca de 2000 a.C., a existência de uma 'aritmética transformada numa álgebra bem estabelecida' proveniente do uso de escritas que se manifestavam vinculadas aos conceitos expressos por meio de ideogramas". Segundo Eves (2004), o termo álgebra significa a ciência das equações e constitui-se de processos de generalizações aritméticas e geométricas que possibilitam ao homem várias ferramentas para resolver diversos problemas.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 79-80) apontam que é comum encontrarmos nos manuais de história da Matemática a distinção entre três momentos no desenvolvimento da Álgebra em função das fases evolutivas da linguagem algébrica: a retórica ou verbal, a sincopada e a simbólica, assim caracterizadas:

- a álgebra retórica ou verbal corresponde "à fase em que não se fazia uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento algébrico";
- a fase sincopada surgiu com Diofanto de Alexandria, no século III, que introduziu pela primeira vez um símbolo para a incógnita e utilizou uma forma mais abreviada e concisa para expressar suas equações.

- a fase simbólica corresponde ao "momento em que as ideias algébricas passam a ser expressas somente por meio de símbolos, sem recorrer ao uso de palavras. Viète (1540-1603) foi o principal responsável pela introdução de novos símbolos na Álgebra".

Segundo Bussmann e Savioli (2008), olhando brevemente para a história da Matemática, vemos que a Álgebra sempre teve sua importância colocada na escola. Legalmente foi introduzida no Brasil em 19 de agosto de 1799 na denominada Carta Régia. Inicialmente eram somente aulas avulsas, mas no decorrer do período imperial os decretos que organizavam o ensino secundário tinham a característica de inicialmente promover o ensino completo de Aritmética, Álgebra e por último, Geometria.

Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), essa tradição se manteve na primeira reforma educacional da fase republicana – a Reforma Benjamin Constant – e foi se afirmando até meados de 1960 com a proposta da Matemática Moderna, a qual tinha como objetivo unificar o ensino nos três campos fundamentais da Matemática. Nessa reforma deu-se um destaque para a introdução do ensino da teoria de conjuntos, as estruturas algébricas que se constituíam como base desse novo pensar, gerando assim uma preocupação com o rigor no ensino da Álgebra.

No âmbito da Educação Matemática, no ano de 2000, o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) publicou o Principles and stands for school mathematics, um documento com recomendações a respeito do que os estudantes devem aprender de Matemática e de como deve ser a prática em sala de aula. Nesse material, a Álgebra é apontada como uma das cinco Normas de Conteúdo para a Matemática Escolar e são destacadas habilidades que os alunos devem desenvolver na Educação Básica, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, pelos programas de ensino, quais sejam:

> • compreender padrões, relações e funções;
> • representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
> • usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;
> • analisar a variação em vários contextos (NCTM, 2000, p. 39).

No Brasil, as orientações para o ensino da álgebra, presentes nos PCN de Matemática (2001), aparecem mais centradas nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. De acordo com essas orientações, os adolescentes poderão desenvolver, de forma bastante significativa, a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais rica em significados.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, o desenvolvimento do pensamento algébrico é destacado como um dos objetivos principais do ensino da matemática, sendo associado à generalização de propriedades de operações aritméticas, resolução de problemas e uso de outras representações além das simbólicas. Os PCN (1998, p. 64) sugerem explorações de situações que proporcionem ao aluno:

> • reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;

> • traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
> • utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

Já para o Ensino Médio as recomendações para o ensino de álgebra também aparecem em destaque nos PCN (2002). Nesse documento é apresentado o tema “Álgebra: números e funções” como um dos temas estruturantes, dentre outros três. Esse tema é marcado fortemente pela linguagem com seus códigos (números e letras) e regras (propriedades das operações), e os procedimentos básicos, para o qual os alunos sejam capazes de calcular, resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações de acordo com as propriedades das operações nos conjuntos dos números e as operações validas para o cálculo algébrico.

No Estado do Paraná, conforme as Diretrizes Curriculares de Matemática – DCE Paraná (2008) para o Ensino Fundamental, o Conteúdo Estruturante “Números e Álgebra” se desdobra nos conteúdos: conjuntos numéricos e operações; equações e inequações; polinômios e proporcionalidade. Já para o Ensino Médio, o Conteúdo Estruturante “Números e Álgebra” se desdobra nos conteúdos: números reais, números complexos, sistemas lineares, matrizes e determinantes, equações e inequações exponenciais, logarítmicas e modulares e polinômios.

As DCE do Paraná (2008) indicam que no Ensino Fundamental é necessário que haja articulação entre a álgebra e os números, de modo que o aluno: compreenda o conceito de incógnita; realize a escrita de uma situação problema na linguagem matemática; reconheça e resolva equações numéricas e algébricas, inequações, sistemas de equações; diferencie e realize operações com monômios, binômios, trinômios e polinômios; equações quadradas, biquadradas e irracionais.

E no Ensino Médio, há necessidade de aprofundar o estudo dos números, de modo a ampliar o conhecimento e domínio deste conteúdo para que o aluno: compreenda os números complexos e suas operações; conceitue e interprete matrizes e suas operações; conheça e domine o conceito e as soluções de problemas que se realizam por meio de determinante; identifique e realize operações com polinômios; identifique e resolva equações, sistemas de equações e inequações - inclusive as exponenciais, logarítmicas e modulares.

Segundo as DCE (2008) o conceito de álgebra é muito abrangente e possui uma linguagem permeada por convenções diversas, de modo que o conhecimento algébrico não pode ser concebido pela simples manipulação dos conteúdos abordados isoladamente. Defende-se uma abordagem pedagógica que os articule, na qual os conceitos se complementem e tragam significado aos conteúdos abordados.

Para o Ensino Superior as Diretrizes Curriculares Nacionais para cursos de Matemática determinam que os conteúdos: Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica são comuns a todos os cursos de Licenciatura. A esta parte ainda deve-se incluir: conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise; conteúdos de áreas afins à matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias; conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) definem três fases para o desenvolvimento do pensamento algébrico: a *pré-algébrica*, em que o aluno usa casualmente um elemento considerado algébrico, mas ainda não o concebe como um número generalizado; a fase de *transição*, na qual o aluno concebe a existência de um número qualquer, fazendo algumas generalizações usando ou não símbolos, e o *pensamento algébrico mais desenvolvido*, em que o aluno concebe a existência de grandezas abertas ou variáveis dentro de um intervalo numérico, sendo capaz de expressar e operar com elas.

Entretanto observamos que o modo como a álgebra vem sendo apresentada aos estudantes, como um corpo axiomático estritamente simbólico, descaracteriza seu potencial de se constituir como um conhecimento matemático a favor dos alunos, em suas vidas, e como uma ferramenta matemática dentro da própria matemática (VIOLA DOS SANTOS, 2007).

Muitos autores têm sugerido a integração da aritmética com a álgebra já nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Suas pesquisas têm apontado que crianças podem desenvolver o pensamento algébrico, bem como usar símbolos para generalizar relações aritméticas ou padrões geométricos, usar a noção algébrica para representar relação de funções e raciocinar algebricamente desde os 9, 10 anos de idade. A ideia de tratar o conhecimento aritmético separado do algébrico, com o primeiro antecedendo o segundo, tira oportunidades de elaborar conhecimentos matemáticos (VIOLA DOS SANTOS, 2007).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), acreditam que a realização de atividades exploratório-investigativas – que visam levar os alunos a pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade por meio de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis – pode ser uma alternativa poderosa para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica do aluno. Segundo estes autores, a caracterização do pensamento algébrico requer a “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste a outros que não variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema e a presença de processos de generalização” (p. 87).

Para Fiorentini (2005), as atividades de investigação apresentam-se como uma opção metodológica valorosa para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que a utilização de atividades investigativas colabora para tornar a aprendizagem matemática mais significativa.

As Tarefas de Investigação

De acordo com Onuchic (2008), apoiada no NCTM de 2000, na década de 1990 a Resolução de Problemas foi destacada como uma estratégia de ensino de matemática fortemente recomendada. Com isso desencadeou-se estudos relacionados a outras estratégias metodológicas como, por exemplo, as Tarefas de Investigação. Em 1991, na APM (Associação de Professores de Matemática) de Portugal, foi criado o Grupo de Trabalho sobre Investigação para reunir pessoas interessadas na investigação em Educação Matemática. Desde então pesquisadores portugueses têm desenvolvido trabalhos a respeito da utilização das Tarefas de Investigação na sala de aula.

O conceito de investigação relaciona-se com a atividade que os matemáticos profissionais desenvolvem ao produzirem conhecimento. Deste modo, investigar tem como objetivo descobrir algo recorrendo a um processo, de alguma forma, sistemático (PORFÍRIO; OLIVEIRA, 1999).

Diante disso, a investigação matemática, como atividade de ensino e de aprendizagem

> (...) ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade Matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

Ponte (2003) argumenta que as atividades investigativas contemplam quatro momentos principais: a exploração e formulação de questões, as conjecturas, os testes e reformulações e a justificação e avaliação. As ações desenvolvidas em cada um desses momentos foram sintetizadas por esse autor em um quadro (quadro 1) que indica os momentos da realização de uma investigação.

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	• Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Teste e reformulação	• Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação.	• Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Quadro 1: momentos e desenvolvimento de uma Tarefa de Investigação
Fonte: PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2003, p. 21

O primeiro momento, ou seja, a exploração e a formulação de questões ocorrem após a leitura e a compreensão do problema, quando o aluno começa a explorar as possibilidades que poderá utilizar na investigação, retirando as informações necessárias para o próximo momento. O segundo consiste na construção de conjecturas a partir das informações colhidas anteriormente, esse é o passo mais importante e que pode ou não desencadear o bom andamento dela. Todas as Tarefas de Investigação têm de passar por testes e refinamentos das conjecturas, por isso sua elaboração deve estar bem consolidada para não fracassar. Essa fase exige do professor uma atenção redobrada, porque, se deixar que os alunos façam conjecturas mais fracas, corre o risco de todas serem descartadas no refinamento, desencorajando os alunos. O momento final, que é da argumentação ou demonstração, é o que o aluno tem mais dificuldade, pois regularmente não se tem o hábito de argumentar sobre aquilo que o aluno fez. É recomendável que o professor interfira nesse processo fazendo com que todos, ou pelo menos a maioria, argumente a respeito de suas conjecturas, revelando, assim, caminhos a serem utilizados para obter conclusões. Esse momento faz com que a matéria proposta pelo professor com a tarefa investigativa seja assimilada pelo aluno de modo mais significativo.

Em uma aula na perspectiva metodológica das Tarefas de Investigação alunos e professores envolvem-se com situações-problema desafiadoras. Nesse ambiente, os alunos são comparados aos matemáticos, ou seja, eles elaboram o conhecimento.

As Tarefas de Investigação e a estratégia metodológica da Resolução de Problemas têm pontos em comum. Por exemplo, em ambas, os alunos podem escolher as conjecturas que irão utilizar para resolver o problema proposto que posteriormente serão testadas por meio de uma argumentação. O estabelecimento de conjecturas e as conclusões são idênticos, no entanto na Resolução de Problemas todas as conjecturas levam a uma única resposta, enquanto nas Tarefas de Investigação as conjecturas podem levar a inúmeras respostas. Outro aspecto que diferencia as duas estratégias metodológicas é a argumentação. Na Resolução de Problemas, todos os alunos chegam a mesma resposta, mesmo que utilizem caminhos diferentes. Por outro lado, nas Tarefas de Investigação, quando a tarefa é rica, os caminhos diferentes resultam em conclusões também diferentes. Pode-se inferir que a investigação é uma evolução da Resolução de Problemas e a Investigação é uma viagem até o desconhecido (FONSECA, BRUNHEIRA e PONTE, 1999).

Nesse artigo apresentamos uma experiência com a utilização das Tarefas de Investigação como meio para dar início ao desenvolvimento formal do pensamento algébrico.

Procedimentos metodológicos

Esse artigo tem caráter qualitativo, pois quando se trabalha com situações da realidade de grande complexidade, não é possível quantificar, por isso optamos pela perspectiva qualitativa visto que nos interessava discutir o processo de elaboração do conhecimento a partir do trabalho do professor e dos alunos.

Os dados foram coletados por um dos autores em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola publica do interior do estado de São Paulo. Essa foi a primeira vez que esse autor trabalhou com Tarefas de Investigação. Como na ocasião ele não estava atuando em sala de aula, a coleta de dados foi efetuada na sala de outro professor.

Nessa experiência foram desenvolvidas três Tarefas de Investigação que ofereciam a possibilidade de explorar o pensamento algébrico, mas neste artigo será discutido apenas o desenvolvimento de uma das tarefas. A turma que participou dessa experiência era composta por 29 alunos sendo 15 meninos e 14 meninas com idades entre 12 e 14 anos.

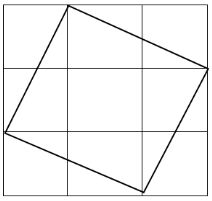
A experiência

Essa também foi a primeira vez que os alunos da turma participaram de uma aula na perspectiva das Tarefas de Investigação. No início houve certa resistência por parte de alguns alunos que questionaram a prática do professor. No desenvolvimento da primeira tarefa eles ficaram aguardando que o professor ensinasse a estratégia para resolver o problema proposto. Para esse grupo foi uma quebra de paradigma, pois estavam acostumados a receber tudo pronto. Outra novidade para esses alunos foi o trabalho em grupo.

Ao desenvolver a terceira tarefa, que será relatada nesse artigo, eles já estavam mais familiarizados com a estratégia metodológica e a dinâmica da sala de aula. Essa tarefa foi realizada em grupos compostos por três alunos. Foram necessárias duas aulas de cinquenta minutos para concluí-la. Eles receberam a tarefa “quadrados em quadrados” impressa.

> Num quadrado, podem-se inscrever outros quadrados. Dentre estes, considere aqueles cujos vértices são pontos de intersecção das quadrículas com os lados do quadrado inicial.
>
> Na figura, você pode observar um quadrado 3 x 3, com um quadrado

inscrito.



1. Num quadrado como este, quantos quadrados nestas condições poderá inscrever? E em quadrados 4 x 4? 5 x 5? E 6 x 6?

2. O que você observou?

Quadro 2. Quadrados em quadrados
Fonte: PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2003, p.66 - Adaptado

O objetivo principal desta tarefa era observar o raciocínio algébrico dos alunos. Durante o processo de resolução eles apresentaram diversas dificuldades, a começar por inscrever os quadrados no quadrado. Para inscrever os quadrados eles utilizaram a régua, o transferidor e os esquadros, no entanto eles não conseguiam manusear esses instrumentos adequadamente. Ao observar as dificuldades dos alunos, o professor procurou auxiliar no desenvolvimento da tarefa. Para isso começou indagando se alguém já havia conseguido inscrever algum quadrado. Um aluno respondeu que sim.

Aluno12: Eu consegui no de 3x3, mas no de 4x4, não.

Professor: Alguém mais conseguiu?

Aluno5: Sim. Mas só no de 3x3; o de 4x4 "fica" torto os quadrados que a gente faz dentro.

Professor: E como vocês fizeram o de 3x3?

Aluno11: Foi fácil. Só foi ligar os vértices que faltavam, porque já havia um quadrado inscrito, daí foi só ligar os que faltavam, o que resultou em um segundo quadrado inscrito.

Professor: E por que vocês não conseguiram inscrevê-lo no quadrado 4x4?

Aluno5: Nesse tem um monte de vértices, e quando a gente liga esses vértices o quadrado fica torto.

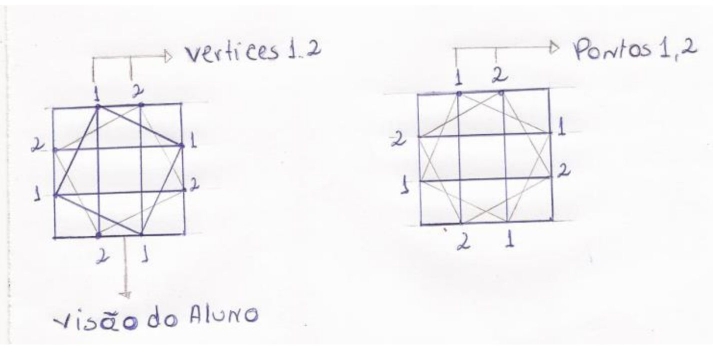


Figura 1: Interpretação dos alunos referentes aos pontos para formar os quadrados inscritos

Fonte: dados da pesquisa

Os alunos estavam usando o termo “vértices” em lugar de ponto, como mostra a figura acima.

A dificuldade para fazer a tarefa persistia, então o professor perguntou para os dois únicos grupos que, até então, haviam inscritos os quadrados no quadrado 4x4, qual foi a estratégia realizada por eles.

Grupo2: Inscrevemos 3, professor. Só que, até agora não tínhamos certeza se estava certo; estávamos esperando o momento de falar para toda a sala.

O professor solicitou que um dos alunos desse grupo mostrasse para os demais grupos o procedimento utilizado por eles.

Aluno11: Nós fizemos assim: para não errar, pegamos o primeiro vértice do lado de baixo e ligamos com o primeiro vértice do lado esquerdo. Depois, ligamos com o primeiro vértice de cima; em seguida, para completar o quadrado, ligamos com o primeiro vértice do outro lado; pegamos também os segundos vértices de todos os lados e ligamos; por último, ligamos todos os terceiros vértices.

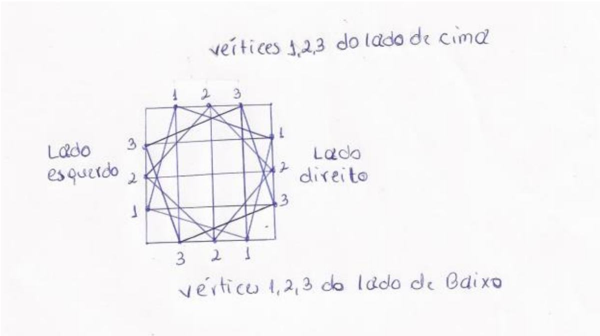


Figura 2: Explicação do aluno11 sobre como conseguiu inscrever os quadrados.
Fonte: dados da pesquisa

O professor notou que, mentalmente, eles numeraram os pontos. O professor pediu para um membro do grupo resolver no quadro. Ele resolveu, mas a dúvida ainda persistia. O professor, então, pediu para ele numerar os pontos. O aluno hesitou por um instante, mas logo entendeu o pedido do professor e colocou os números, falando que cada lado do quadrado 4x4 teria três pontos, numerando de 1 a 3 todos os lados, e disse: *eu pensei assim, mas não coloquei números; mas, com os números, fica muito mais fácil*.

Depois desse momento, todos os alunos conseguiram inscrever os quadrados em todos os quadrados que faltavam.

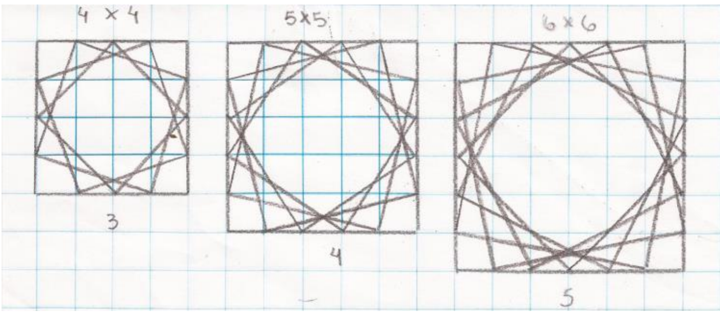


Figura 3: Tarefa de um dos alunos que resolveu sem numerar os pontos.
Fonte: dados da pesquisa

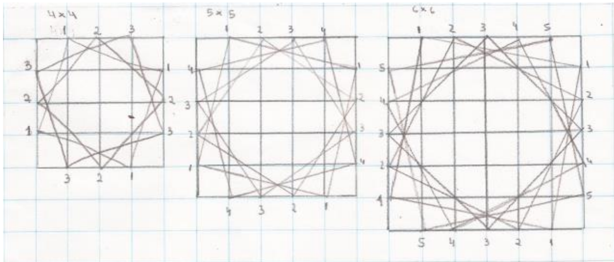


Figura 4: Tarefas de um aluno após explicações.
Fonte: dados da pesquisa

Após as explicações do aluno 11, todos os outros chegaram ao objetivo, que era inscrever 3 quadrados no quadrado 4x4; 4 quadrados no quadrado 5x5 e, por fim, 5 quadrados no quadrado 6x6.

Nesse momento, já se ouvia os alunos falarem: é como nós já tínhamos falado quando fizemos o quadrado 2x2 e 3x3. Sempre vai diminuir um. Ao ouvir o comentário dos alunos o professor explorou a generalização da tarefa por meio de questionamentos.

Professor: Quantos quadrados podemos inscrever se for um quadrado 4x4?

Todos os alunos: 3 quadrados inscritos.

Professor: Num quadrado 6x6?

Todos os alunos: 5 quadrados inscritos.

Professor: Num quadrado 100x100?

Todos os alunos: 99 quadrados inscritos.

Aluno12: Sempre vai diminuir um, professor.

Ao observar que os alunos já haviam feito a generalização numericamente o professor propôs questões para que eles fizessem o registro algébrico questionando o que aconteceria se houvesse um quadrado n x n. Os alunos não compreenderam o questionamento do professor. Então ele explicou aos alunos que o "n", em determinados momentos, pode assumir o valor de qualquer número.

Professor: Eu coloquei neste caso o "n", mas pode ser qualquer letra.

Aluno12: Pode ser a primeira letra do meu nome, professor?

Professor: Sim.

(...)

Aluno12: O n pode ser qualquer número professor?

Professor: Sim.

Aluno12: Então, pode ser n-1, já que o senhor falou que o n pode ser qualquer número.

Professor: Então, usando essa fórmula, se quisermos saber um quadrado 80x80?

Aluno4: Dá 80-1 que é igual á 79.

Professor: Quero saber, usando a nossa fórmula!

Aluno4: Ah, sim!

Aluno18: É só colocar o 80 no lugar de "n".

Professor: Então, como fica?

Aluno18: É 80x80 e a regra é n-1. Daí eu coloco o 80 no lugar do "n", que fica 80-1, que dá 79.

Nesta tarefa, o raciocínio algébrico foi *sistematizado*. Teria sido mais adequado se o professor, inicialmente, perguntasse o que aconteceria com um quadrado, por exemplo, de 150x150, 200x200, 301x301, ou seja, deveria ter explorado mais situações numéricas. Depois, deveria ter questionado sobre o que aconteceria para um quadrado, com um número qualquer de lados e na sequência escrevesse no quadro, por extenso, "um quadrado com um número qualquer de lados", e depois fosse "limpando" a notação até que os alunos percebessem que essa notação poderia ser feita por meio de apenas uma letra. No entanto essa também foi a primeira vez que o professor conduziu uma Tarefa de Investigação. Quando o professor reflete sobre a sua ação ele vai aprimorando a sua prática letiva.

Na tarefa desenvolvida, a capacidade que os alunos tiveram de generalizar, mesmo que numericamente, impressionou o professor e também o professor regente da sala. Depois de fazerem o quadrado 2x2 e 3x3, eles já notaram que o número de quadrados inscritos era sempre um a menos. Mas o professor não deixou que eles, neste ponto da investigação, generalizassem, fazendo com que fizessem mais testes para comprovar sua descoberta, o que ocorreu mais tarde, chegando à fórmula (n-1). Como disse Ponte (2006), Tarefas de Investigação são magníficas para que o professor comece a fazer com que seus alunos compreendam o raciocínio algébrico.

Para finalizar a tarefa os alunos fizeram um pequeno relatório descrevendo o que conseguiram compreender, no entanto como não estão habituados a descrever os procedimentos adotados ao resolver um problema a observação que o professor faz durante a aula também se torna imprescindível para acompanhar e refletir a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem.

Considerações

A partir da experiência relatada nesse trabalho pode-se observar que uma abordagem pedagógica na qual se articula áreas como os números e a álgebra contribui com a elaboração do conhecimento algébrico de modo que a linguagem matemática faça sentido para o aluno, confirmando o resultado de pesquisas na área de Educação Matemática e também as orientações contidas nos PCN (1998, 2001 e 2002).

Ainda foi possível observar que as Tarefas de Investigação ajudam os alunos a entrar no universo da matemática, concretizando conceitos e tornando a aprendizagem mais significativa, proporcionando ao aluno a percepção que ele pode ser capaz de recriar conhecimentos matemáticos. Nessa experiência apenas três encontros foram suficientes para despertar o interesse dos alunos pelo trabalho de investigação isso ficou evidenciado quando os alunos lamentaram o encerramento do projeto.

Consideramos que a atividade apresentada está adequada para o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do Ensino Fundamental, uma vez que proporciona a articulação entre a álgebra e os números, permite que os alunos investiguem uma situação por meio da linguagem algébrica e realizem diversas operações. Também se adequa à metodologia da investigação matemática, permitindo aos alunos levantar hipóteses, observar as regularidades, testar as hipóteses e fazer as adequações pertinentes, testar os resultados obtidos, argumentar com os colegas, entre outros.

Espera-se que experiências semelhantes a esta possam ser aplicadas e relatadas com maior frequência tendo em vista apresentar discussões que contribuam diretamente com o trabalho do professor em sala de aula para abordar o raciocínio algébrico, o qual regularmente os alunos apresentam certa dificuldade para compreendê-lo e, consequentemente, para compreender toda a estruturação do conhecimento matemático acadêmico.

Referências

Brasil. (1998). *Secretaria de Educação Fundamental*. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2001). *Secretaria de Educação Fundamental.* Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2002). *Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Média e Tecnológica*. PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC. 144 p.

Bussmann, C.; Saviolli, A. M. (2008). *A Álgebra no Ensino Superior e no Ensino Fundamental e Médio: existe Conexão?* In: XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. SP, Rio Claro. 2008. Anais... Rio Claro: Unesp.

Eves, H. (2004). *Introdução à história da Matemática*. Campinas – São Paulo: Unicamp.

Fiorentini, D. (2005). *A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas Disciplinas da Licenciatura em Matemática*. Revista de Educação da PUC. Campinas, PUC, nº. 18, p.107-115.

Fiorentini, D.; Miorim, M. A.; Miguel, A. (1993). *Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar*. Pro-posições, v. 4, n.1, Campinas, Unicamp, p.78-90.

Miguel, A.; Fiorentini, D.; Miorin, M. A. (1992). *Álgebra ou Geometria para onde pende o pêndulo?*. In: Pro-Posições, v. 3, n. 7, Campinas, Unicamp, p. 39-54.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Onuchic, L. R. (2008). *Uma história da resolução de problemas no Brasil e no mundo*. In: Seminário Em Resolução De Problemas, 1., Rio Claro. Anais... Rio Claro: UNESP 2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf> Acesso em: 12 nov.

Paraná. (2008) *Secretaria de Estado da Educação*. Diretrizes Curriculares de Matemática para Educação Básica. Curitiba: SEED.

Ponte, J. P.; Brocado, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 149p.

Ponte, J. P. (2003). *Investigar, Ensinar e Aprender*. Actas do ProfMat, (CD-ROOM, p. 25-39). Lisboa: APM.

Porfírio, J., & Oliveira, H. (1999). *Uma reflexão em torno das tarefas de investigação*. In: P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Eds.), Investigações Matemáticas na aula e no currículo. Lisboa: Projecto MPT e APM. p. 111-118.

Santos, L. (2003). *Avaliação das aprendizagens em Matemática*. Quadrante, XII(1), p.1-5.

Struik J. D. (1989). *História Concisa das Matemáticas*. Lisboa, Portugal: Gradiva.

Viola Dos Santos, J. R. (2007). *O que alunos da Escola Básica mostram saber por meio de sua produção escrita em Matemática.* 2007. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.