

# FRAMEWORK PARA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE CÁLCULO NUMÉRICO

*Diagnostic assessment framework for numerical methods*

**Jean Piton-Gonçalves** [jpiton@ufscar.br]

**Marcus Vinicius de Araujo Lima** [marcus@ufscar.br]

*Universidade Federal de São Carlos/ Departamento de Matemática*

*Km 235, Rodovia Washington Luís - São Carlos/SP, 13565-905*

*Recebido em: 03/03/2020*

*Aceito em: 08/09/2020*

## Resumo

O presente trabalho desenvolve e aplica um *framework* para avaliações diagnósticas em disciplinas de Cálculo Numérico. A revisão da literatura não identificou trabalhos com essa temática. Buscando preencher esta lacuna, o *framework* para Avaliação Diagnóstica em Cálculo Numérico (*Diagnostic Assessment Framework for Numerical Methods*, DAF-NuM) é um instrumento inédito que norteia a elaboração de testes diagnósticos que avaliam um conjunto de conhecimentos que um estudante de engenharia deve compreender para cursar adequadamente tal disciplina. Partindo desse *framework*, foi aplicado um teste diagnóstico computadorizado a 105 estudantes. Resultados dessa pesquisa revelam que é possível elaborar um teste pautado no DAF-NuM, que contribui para se compreender, de fato, as inter-relações entre o conteúdo aprendido em situações e/ou disciplinas anteriores (pré-requisitos) e como esse conteúdo ocorre em outra disciplina.

**Palavras-chave:** Avaliação Diagnóstica, Framework, Cálculo Numérico.

## Abstract

This work develops and applies a framework for diagnostic assessment in numerical methods courses. The literature review does not identify works with this topic. To fill this gap, the Diagnostic Assessment Framework for Numerical Methods (DAF-NuM) is a new tool that aim the development of diagnostic tests that assess a set of knowledge that an engineering student must understand to take this course. From this framework, a computerized diagnostic test was applied to 105 students. Results reveal that it is possible to develop a test-based on DAF-NuM, which helps to understand, in fact, the interrelationships between the content learned in previous situations and/or courses (prerequisites) and how this content happens in another course.

**Keywords:** Diagnostic Assessment, Framework, Numerical Methods.

## Introdução

No campo educacional, a Avaliação Diagnóstica verifica a presença ou ausência de pré-requisitos buscando detectar dificuldades específicas de aprendizagem, identificando suas possíveis causas. Enquanto instrumento, os Testes Objetivos em larga escala buscam cada vez mais avaliações justas, precisas e rápidas (Piton-Gonçalves & Aluísio, 2015), diminuindo os custos de correção em relação a testes que demandam resposta dissertativa, por exemplo.

No contexto dos testes diagnósticos para o Ensino Superior, a Avaliação de Conceitos de Pré-Cálculo (*Precalculus Concept Assessment - PCA*) (Carlson; Oehrtman & Engelke, 2010) e a Avaliação do Preparo para Conceitos de Cálculo (*Calculus Concept Readiness - CCR*) (Carlson; Madison & West, 2015) propõem conceituações e interpretações que apoiam testes diagnósticos em cálculo de uma variável real. Tais abordagens mostram que é possível sistematizar, problematizar e avaliar os pré-requisitos para um estudante ingressante em cursos na área de ciências exatas.

Otimizando o processo de avaliação, um teste objetivo pode ser realizado em ambiente computadorizado, possibilitando aplicação e correção automatizadas, com resultados imediatos para estudantes, professores e gestores educacionais.

A revisão da literatura no campo educacional tem apontado para aspectos metodológicos e didáticos e de ferramentas computacionais para as disciplinas de Cálculo Numérico em cursos das áreas de engenharias e de ciências exatas; porém há uma lacuna na literatura quanto às avaliações diagnósticas baseadas em *frameworks* e/ou taxonomias.

Na busca de responder à questão de pesquisa “é possível desenvolver e aplicar um *framework* para avaliações diagnósticas em Cálculo Numérico?”, essa pesquisa desenvolveu um *framework* projetado para a avaliação diagnóstica em disciplinas de Cálculo Numérico.

## Revisão da literatura

A preocupação com a qualidade do ensino e da aprendizagem em ciências exatas vem crescendo ao longo das últimas décadas e, especificamente, a Avaliação Educacional tem um papel fundamental nos processos de ensino e aprendizagem.

Os termos avaliar, testar e medir são discutidos por Haydt (1988). Para o autor, testar é o mesmo que verificar um desempenho mediante situações previamente organizadas; avaliar é um processo de interpretação de dados quantitativos e qualitativos com o objetivo de se obter um parecer ou julgamento de valor tendo por base padrões ou critérios; e medir descreve um fenômeno do ponto de vista quantitativo, o qual tem por base um sistema de medidas. Sob o ponto de vista do propósito, uma avaliação educacional pode ser classificada em Formativa, Somativa ou Diagnóstica (Miller; Imrie & Cox, 1998).

Na Avaliação Formativa o objetivo é contribuir para o processo de aprendizagem do estudante como uma função reguladora desse processo. Caso os objetivos educacionais preestabelecidos não sejam alcançados pelo estudante, repensam-se as estratégias de avaliação e uma nova avaliação é concedida. A Avaliação Formativa é um processo contínuo, presente durante todo o ciclo de estudos.

Já a Avaliação Somativa (ou Final), tem a principal característica de ser realizada após um ciclo de estudos, julgando os resultados de aprendizagem alcançados pelos estudantes, de acordo com níveis de aperfeiçoamento preestabelecidos. Esta é restrita à avaliação do “produto” do conhecimento, visando à promoção do estudante de um nível para outro ou a classificação segundo

critérios. Trata-se de uma avaliação dissociada do processo de ensino. Um exemplo é o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Finalmente, a Avaliação Diagnóstica verifica a presença ou ausência de pré-requisitos necessários para o estudante se inserir em um novo contexto de aprendizagem. Essa modalidade de avaliação busca detectar as dificuldades específicas de aprendizagem, tentando identificar suas causas, sendo realizada no início de um curso, período letivo ou unidade de ensino, possibilitando ao professor e/ou gestor educacional (re)elaborar suas estratégias de ensino; atuando como um instrumento norteador.

Concebido enquanto um dos instrumentos de avaliação, os Testes Objetivos buscam cada vez mais avaliações justas, precisas e rápidas (do ponto de vista de aplicação do instrumento), de acordo com métricas e critérios educacionais preestabelecidos e consolidados (Piton-Gonçalves & Aluísio, 2015). O processo de correção de um teste pode envolver um conjunto de métricas e critérios, sendo estes definidos de acordo com os objetivos educacionais.

Para Osterlind (1998), os itens de um teste não podem ser chamados de “questões”, pois um item pode assumir outros formatos, que não são necessariamente interrogativos. Scalise e Gifford (2006) introduzem a taxonomia *Intermediate Constraint Taxonomy for E-Learning Assessment Questions and Tasks*, que contempla 28 tipos de itens quanto ao formato de resposta, sendo que a mais utilizada em testes objetivos são os itens de múltipla escolha. Estes requerem do examinado a escolha da resposta de um conjunto pré-determinado.

Os itens em um teste objetivo, geralmente, apresentam um enunciado contendo uma interrogação ou afirmação e um conjunto de opções de resposta, em que pelo menos uma é a correta e as demais são chamadas de distratoras (incorretas). Quanto à forma, as opções de resposta podem ser apresentadas textualmente, numericamente ou graficamente.

Seguindo as novas tendências em avaliação em larga escala, um teste objetivo pode ser computadorizado. Os Testes Computadorizados (*Computer-Based Testing CBT*) possibilitam (i) a aplicação e correção automatizada e (ii) os resultados ao estudante e ao professor. Ainda há a possibilidade de se ter monitoramento em tempo real e controle do tempo de sessão do teste.

O grau de automatização de um CBT dependerá dos objetivos educacionais e dos recursos computacionais disponíveis. Um exemplo é o TOEFL via internet (*internet Based-Test - iBT*) que avalia o participante nas habilidades de audição, leitura, fala e escrita no contexto das tarefas acadêmicas.

## PCA e CCR

A elaboração de uma avaliação diagnóstica impõe a necessidade de identificar e avaliar os pré-requisitos essenciais nos temas que serão tratados na próxima etapa de estudos (disciplina). No caso da disciplina de Cálculo Numérico, parte significativa do conteúdo é baseada nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

Uma taxonomia específica é desejável para fornecer um embasamento teórico na elaboração dos itens, visando uma avaliação representativa da situação de aprendizagem do estudante no início dessa disciplina. De acordo com a revisão da literatura realizada, as taxonomias baseadas no domínio cognitivo de conteúdo específico diretamente relacionado à disciplina de Cálculo são: (i) PCA de Carlson, Oehrtman & Engelke (2010) e (ii) CCR de Carlson, Madison & West (2015), que é baseada na PCA. Ambas foram desenvolvidas ao longo de vários anos de pesquisa, sendo que Carlson (1998), Carlson et al. (2002), Oehrtman, Carlson & Thompson (2008) culminaram na PCA (Carlson; Oehrtman & Engelke, 2010). A CCR é inspirada nos trabalhos de

Hestenes & Wells (1992) e Hestenes, Wells & Swackhamer (1992). Em particular a CCR é concebida enquanto avaliação integrante de uma plataforma de testes no ambiente virtual da Associação Americana de Matemática (*Mathematical Association of America - MAA*) com apoio da *Maplesoft*<sup>1</sup>.

Tanto a PCA como a CCR propõem uma classificação dos níveis de compreensão e habilidade no que se refere à aplicação dos conceitos que são essenciais para um estudante que cursará pela primeira vez uma disciplina de cálculo. Destaca-se, em ambas, o caráter conceitual dos itens que exigem habilidades de raciocínio, compreensão e aplicação do conteúdo, sem exigir muito trabalho técnico.

A PCA é composta de duas categorias: Habilidades de Raciocínio e Compreensões (*Reasoning Abilities* e *Understandings*). Cada uma contém três subníveis que exploram, principalmente, o conhecimento de função. Os três níveis na categoria Habilidades de Raciocínio são:

1. Visão Processual de uma Função (*Process View of Function*): refere-se à habilidade interpretar uma função como uma relação entre variáveis independente e dependente, ambas assumindo valores em conjuntos contínuos.
2. Raciocínio Covariacional (*Covariational Reasoning*): refere-se à habilidade de analisar a relação entre as variações da variável independente e da variável dependente de uma dada função.
3. Habilidades de Manipulações Algébricas (*Computational Abilities*): refere-se às habilidades que envolvem manipulações algébricas de expressões de funções, seja para (i) avaliar uma função em um ponto, (ii) avaliar uma função em um conjunto ou (iii) resolver equações.

Os três níveis na categoria Compreensões articulam alguns conceitos específicos relacionados à função, que são:

1. Entender o significado e a utilidade de avaliar uma função em um ponto, taxas de variação, composição de funções e função inversa.
2. Reconhecer os padrões de crescimento de vários tipos de funções: linear, exponencial, racional, dentre outras.
3. Compreender as diferentes formas e significados das representações de funções que podem ser graficamente, algebricamente, numericamente (por meio de tabelas ou por meio de imagens em diferentes pontos) e contextualmente (descrevendo um fenômeno); incluindo as conexões entre tais representações.

Quanto a CCR, esta se organiza em cinco categorias e subdivisões, que são:

1. Habilidades de Raciocínio: subdivide-se em (i) Raciocínio com Grandezas Proporcionais (*Proportional Reasoning*), que se refere à identificação e aplicação de propriedades relacionadas à variação proporcional entre duas grandezas; (ii) Visão Processual de uma Função (*Process View of Function*) (como na PCA) e (iii) Raciocínio Quantitativo e Covariacional (*Quantitative and Covariational Reasoning*), que refere-se a identificar e descrever situações em que duas quantidades relacionadas variam conjuntamente.

---

1 www.maplesoft.com

2. Compreensão, representação e interpretação de padrões de crescimento de funções: subdivide-se nos padrões de crescimento linear, exponencial, polinomial não linear, racional e periódico.
3. Compreensão dos conceitos relacionados às funções: conceitos de quantidade, variável, inclinação (taxa de variação constante), taxa de variação média, composição de funções, função inversa, translações nos gráficos (horizontal e vertical) e sua relação com a expressão da função.
4. Compreensão dos conceitos de trigonometria: medida de um ângulo, radiano como unidade de medida, seno e cosseno no ciclo trigonométrico, funções seno e cosseno como representações da relação entre a medida de um ângulo e os lados de um triângulo retângulo.
5. Outras habilidades: resolução de equações, representação e interpretação de desigualdades, compreensão e aplicação da noção de função para expressar a variação de uma quantidade em função de outra.

As taxonomias PCA e CCR surgiram do processo sucessivo de (i) elaboração de itens, (ii) aplicação da avaliação, (iii) análise dos resultados, (iv) entrevistas e análises com os estudantes que realizaram a avaliação e (v) reelaboração dos itens.

Enquanto algumas taxonomias foram concebidas para serem utilizadas de forma mais geral como, por exemplo, a Taxonomia de Objetivos Educacionais de Bloom (Ferraz & Belhot, 2010); a PCA e a CCR foram concebidas especificamente a partir de uma avaliação que abrange as habilidades e os conteúdos de “pré-cálculo”. Nota-se que a CCR é uma extensão e um refinamento da PCA, acrescentando novas categorias e com maior detalhamento das taxonomias.

## Cálculo Numérico

Os currículos dos cursos de engenharia nacionais contém uma disciplina, geralmente denominada de Cálculo Numérico<sup>2</sup>, que aborda o conhecimento de base para analisar e aplicar aspectos teóricos, numéricos e computacionais da matemática.

Borges (2016) selecionou e analisou planos de ensino de universidades e institutos federais brasileiros. Resultados revelam que os ementários sempre abordam: erros numéricos, zeros de funções, sistemas lineares, interpolação, integração, ajuste de curvas e equações diferenciais.

Do ponto de vista de habilidades matemáticas, a disciplina contribui fortemente para a formação de um engenheiro nos conhecimentos:

- do processo da discretização. É o caso dos modelos contínuos em equações diferenciais, que devem ser discretizados para os métodos numéricos;
- da escolha adequada do método numérico. São necessárias a verificação das hipóteses do método e condições de convergência nos métodos iterativos, por exemplo;
- da determinação de uma estratégia de aplicação do método numérico. Uma vez que o método é escolhido, deve-se conceber seu pseudocódigo gerando um algoritmo. Em seguida, visando resolver, de fato, o problema em questão, programa-se em linguagem

---

2 Denominações cognatas são Métodos Numéricos e Matemática Numérica.

de programação e/ou Sistema de Álgebra por Computador (*Computer Algebra System - CAS*);

- e da análise da solução aproximada obtida. A avaliação qualitativa da solução deve ser analisada com muita cautela, seguindo sempre os aspectos teóricos relacionados, tanto ao problema que está sendo resolvido, quanto ao método numérico aplicado. Por exemplo, um sistema linear mal condicionado pode levar a uma solução que é inválida.

A literatura brasileira vem discutindo sobre a dificuldade de aprendizagem dos estudantes em cálculo numérico e, nesse sentido, Jacquesa & Judda (1985), descrevem as experiências e as dificuldades no desenvolvimento de softwares que auxiliam o ensino em cursos com ênfase numérica nas áreas de ciências exatas e engenharia.

Com foco na programação numérica, Horvath & Verhoeff (2003) discutem sobre as dificuldades na aprendizagem do ponto flutuante, recomendando que os estudantes devam ser treinados na resolução de problemas de programação numérica, exigindo que professores, estudantes e organizadores adquiram experiência em matemática numérica.

Quanto ao desenvolvimento de novas ferramentas, Herbster & Brito (2005) problematizam a disciplina Cálculo Numérico na Universidade Federal de Campina Grande e as mudanças que estão sendo implementadas na sua metodologia em cursos de Engenharia Elétrica. A principal mudança é a utilização do software de apoio *Labcon*, desenvolvido no ambiente *Matlab*<sup>3</sup>.

No que se refere ao uso de ferramentas profissionais e científicas, Weinjiang, Dong & Fan (2009) apontam a importância no domínio das habilidades de resolução de problemas utilizando métodos numéricos. Nesse contexto, o software *Scilab*<sup>4</sup> subsidia as aulas nas engenharias. Os autores defendem que, para a maioria dos estudantes, é mais importante entender como usar as ferramentas numéricas do *Scilab* para resolução de problemas em engenharia do que estudarem longas demonstrações matemáticas.

Quanto ao uso de ferramentas online, Mota (2012) descreve o resultado do desenvolvimento de código livre em *Scilab* para o apoio ao ensino presencial de cálculo numérico em ambiente *web*. Resultados apontaram que houve um aumento do nível de interesse e do desempenho dos estudantes que trabalharam com o *software*, quando este não tinha a necessidade da instalação (uso remoto).

A literatura tem apontado para uma discussão dos aspectos metodológicos e da utilização de ferramentas computacionais em disciplinas de Cálculo Numérico. Porém quanto à avaliação diagnóstica baseada em *framework* e/ou taxonomia, identifica-se uma lacuna na literatura.

## Objetivos

Os objetivos dessa pesquisa são:

- Realizar um levantamento bibliográfico no que se refere à disciplina Cálculo Numérico e taxonomias sobre avaliação diagnóstica no Ensino Superior (Seção Revisão da Literatura).

---

<sup>3</sup> [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)

<sup>4</sup> [www.scilab.org](http://www.scilab.org)

- Elaborar um *framework*, de forma inédita, que mapeie os conhecimentos e as habilidades prévias avaliadas e relacioná-las com tópicos do Cálculo Numérico.
- Planejar e desenvolver itens que considerem o *framework* elaborado, culminando em um teste diagnóstico para disciplinas de Cálculo Numérico.
- Aplicar um teste computadorizado para estudantes dos cursos de Engenharia Civil, Engenharia Mecânica, Engenharia de Produção, Engenharia de Materiais, Engenharia Química, Ciências da Computação e Estatística; todos matriculados em turmas de Cálculo Numérico<sup>5</sup> da Universidade Federal de São Carlos - SP. O teste diagnóstico foi previsto no planejamento pedagógico da disciplina.
- Fornecer devolutivas online aos estudantes quanto aos resultados do teste.
- Apoiar o professor nas atividades de ensino e os estudantes na (re)elaboração de suas estratégias de estudo, tomando como base os resultados do teste diagnóstico.

## Resultados

Para se atingir os objetivos desta pesquisa, as próximas seções trazem os materiais, os métodos e os resultados obtidos.

### Materiais e métodos

Com o objetivo de se obter uma avaliação diagnóstica que mapeasse o conhecimento do estudante ingressante na disciplina em questão, esta pesquisa procedeu na seguinte sequência:

1. Estudo sistemático das taxonomias PCA e CCR.
2. Análise curricular do ementário de Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Geometria Analítica e Cálculo Numérico, selecionados de universidades públicas brasileiras.
3. Desenvolvimento do *framework* dessa pesquisa (descrito na Seção DAF-NuM) que apoie a elaboração dos itens do teste.
4. Desenvolvimento de 15 itens que seguem as diretrizes do Guia de Elaboração de Itens do INEP (Brasil, 2010) e do *Item Development and Assessment Construction Guidelines for Common Core State Standards* (ATI, 2013).
5. Montagem do teste nas ferramentas LaTeX e os formulários da Google.
6. Aplicação do teste em laboratório de informática da universidade sob o monitoramento dos pesquisadores, em um total de uma hora de teste. 105 estudantes realizaram o teste enquanto etapa obrigatória da disciplina e foi realizado na primeira semana do início do primeiro semestre letivo de 2019.
7. Análise dos resultados do teste.
8. Relatório individualizado dos resultados do teste para estudantes e professor.

---

<sup>5</sup> A disciplina código 83020, Cálculo Numérico, é obrigatória para a maioria dos cursos de exatas para Universidade Federal de São Carlos - SP.

DAF-NuM

O *framework* para Avaliação Diagnóstica em Cálculo Numérico (*Diagnostic Assessment Framework for Numerical Methods*, DAF-NuM) é um instrumento que norteia a elaboração de testes diagnósticos. Este apoia a avaliação do conjunto de conhecimentos mínimos que um estudante das áreas de engenharia e/ou ciências exatas deve compreender para cursar adequadamente uma disciplina de cálculo numérico. Segue a descrição do DAF-NuM presente no Quadro 1.

1. **Item.** É o número do item.
2. **Objeto de Conhecimento Avaliado (OCA).** É o grupo ou objeto de conhecimento avaliado em termos curriculares. Por exemplo, o Item 14 aborda o conhecimento sobre logaritmos no que se refere às propriedades de produtos e quocientes.
3. **Habilidade.** É a ação e/ou capacidade que o estudante deve desempenhar sob o OCA. Por exemplo, o Item 6 aborda laços em algoritmos que são expressos por meio de um pseudocódigo, que exige interpretação e execução.
4. **Relação com CN.** É o conteúdo de cálculo numérico que se relaciona com o OCA na habilidade correspondente. Por exemplo, processos iterativos são essenciais, pois se relacionam com Sistemas Lineares por Métodos Iterativos, Método de Newton, dentre outros. Sendo assim, é fundamental que o estudante detenha o conhecimento sobre as relações de recorrência no que se refere à determinação dos termos de uma sequência a partir de uma condição inicial. Em outras palavras, que o estudante conheça o conceito de aproximação inicial (ou “chute”) e suas implicações em relações de recorrência.

**Quadro 1.** Descrição do DAF-NuM.

Item	Objeto de Conhecimento Avaliado (OCA)	Habilidade	Relação com CN
1	Sequências numéricas: somatório	Interpretar a notação de somatório	Mínimos Quadrados e processos iterativos
2	Logaritmos: propriedades	Aplicar as propriedades dos logaritmos de produtos e potências	Mínimos Quadrados
3	Derivadas: gráficos e propriedades	Interpretar graficamente os sinais da derivada de uma função	Zeros de função
4	Relações de recorrência: termo geral de uma sequência	Determinar os termos de uma sequência a partir de uma condição inicial	Processos iterativos
5	Sistemas: soluções de sistemas lineares	Interpretar e representar a solução de um sistema linear geometricamente	Sistemas lineares

6	Algoritmos: laços em algoritmos	Interpretar e executar pseudocódigos	Algoritmos dos métodos
7	Matrizes: elementos	Efetuar cálculos com elementos de matrizes	Sistemas lineares
8	Funções de uma variável real: composição de funções a partir do gráfico	Interpretar geometricamente a composição de funções	Zeros de função e Mínimos Quadrados
9	Funções de uma variável real: Teorema do Valor Intermediário	Analisar a existência de zeros de uma função de uma variável real	Zeros de função
10	Sistemas: representação de soluções de um sistema não-linear	Identificar a não-linearidade de um sistema não-linear e suas soluções	Sistemas não-lineares
11	Relações de recorrência: condição inicial de uma relação de recorrência	Representar o termo geral de uma relação de recorrência em função de uma condição inicial	Algoritmos dos métodos iterativos
12	Derivadas: 1ª e 2ª ordens	Interpretar os sinais das derivadas 1ª e 2ª ordens	Zeros de função
13	Matrizes: operações com matrizes	Representar sistemas lineares na forma matricial a partir de multiplicações e transposições	Sistemas lineares
14	Logaritmos: propriedades	Aplicar as propriedades dos logaritmos de produtos e quocientes	Mínimos Quadrados
15	Funções de uma variável real: zeros de funções polinomiais	Analisar a existência de zeros em intervalos de uma função polinomial	Zeros de função

Fonte: a pesquisa.

## Discussão

Para esta pesquisa, foram elaborados 15 itens que contemplam os conhecimentos do DAF-NuM em diferentes habilidades. Após a aplicação do teste, os itens foram avaliados quanto ao índice de facilidade (IF) (Brasil, 2017) que é formulado como:

$$IF_i = \frac{A_i}{N_i},$$

em que  $A_i$  é o número de acertos do  $i$ -ésimo item e  $N_i$  é o número de respondentes. A Tabela 1 apresenta as classificações do IF. Itens com coeficiente 0.86 são considerados os muito fáceis. No extremo oposto, itens com coeficiente menor ou igual a 0.15 considerados muito difíceis.

**Tabela 1.** Classificação dos itens de acordo com o Índice de Facilidade.

<b>Índice de Facilidade</b>	<b>Classificação</b>
[ 0.86,1.00 ]	Muito fácil
[ 0.61,0.85 [	Fácil
[ 0.41,0.61 [	Médio
[ 0.16,0.41 [	Difícil
[ 0.00,0.16 [	Muito difícil

Fonte. Adaptado de Brasil (2017).

Resultados do IF dos 15 itens são apresentados na Tabela 2. Destes, 40% são difíceis, 33.34% médios, 26.67% entre fáceis e muito fáceis. Portanto, pode-se dizer que os itens foram, em sua maioria, entre médios e difíceis. Nenhum item foi classificado como muito difícil.

**Tabela 2.** Itens classificados de acordo com o Índice de Facilidade.

<b>Item</b>	<b>IF</b>	<b>Classificação</b>
1	0.371429	Difícil
2	0.704762	Fácil
3	0.380952	Difícil
4	0.847619	Fácil
5	0.695238	Fácil
6	0.552381	Médio
7	0.609524	Médio
8	0.866667	Muito Fácil
9	0.390476	Difícil
10	0.571429	Médio
11	0.257143	Difícil
12	0.428571	Médio
13	0.238095	Difícil
14	0.552381	Médio
15	0.276191	Difícil

Fonte: a pesquisa.

Os Itens 1 e 15 foram selecionados para serem discutidos nesse artigo. A Tabela 3 apresenta a porcentagem de seleção (marcação) das opções de resposta nos referidos itens.

**Tabela 3.** Porcentagem quantidade da seleção das opções de resposta dos itens 1 e 15.

Opção	(a)	(b)	(c)	(d)
Item 1	6.67%	37.14%	56.19%	0.00%
Item 15	30.48%	27.62%	20.00%	21.90%

Fonte: a pesquisa.

De acordo com o DAF-NuM descrito no Quadro 1, o Item 1 avalia no OCA sequências numéricas e, especificamente, na interpretação da notação de somatório, que integra Mínimos Quadrados e processos iterativos.

A interpretação do símbolo de somatório ocorre em duas situações: uma em que o termo geral é constante e outra em que o termo geral varia com o índice do somatório, conforme mostrado na Figura 1. A resolução esperada explicita os dois somatórios, obtendo  $\sum_{k=1}^5 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$  e  $\sum_{k=1}^4 2k = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$ , que é a opção (b).

Calculando  $\sum_{k=1}^5 5$  e  $\sum_{k=1}^4 2k$ , obtemos, respectivamente:

- (a) 25 e 8.
- (b) 25 e 20.
- (c) 5 e 20.
- (d) 5 e 8.

**Figura 1.** Item 1 do teste. Fonte: a pesquisa.

De acordo com a Tabela 2, o Item 1 foi classificado como difícil (IF=0.371429) e nenhum estudante selecionou a opção (d). A opção mais assinalada (c) indica que os estudantes apresentaram dificuldade na interpretação do símbolo de somatório quando o termo geral é constante. A importância deste item na avaliação diagnóstica é que as duas situações propostas ocorrem com frequência nos tópicos métodos iterativos e Método dos Mínimos Quadrados.

O Item 15 avalia no OCA funções de uma variável real e, especificamente, analisa a existência de zeros em intervalos de uma função polinomial.

O propósito foi avaliar a capacidade de análise do estudante diante do problema de determinar o número de raízes de uma equação polinomial de grau 3 em um intervalo dado. A Figura 2 mostra o enunciado do item, assim como suas opções de resposta.

Seja a função polinomial  $f(x) = x^3 - 9x + 3$ .  
Sobre  $f(x) = 0$ , afirmamos que:

- (a) Não possui raiz real.
- (b) Possui uma única raiz real  $x \in [-4, -3]$ .
- (c) Possui uma única raiz real  $x \in [-3, 0]$ .
- (d) Possui uma única raiz real  $x \in [0, 5]$ .

**Figura 2.** Item 15 do teste. Fonte: a pesquisa.

A resolução esperada consiste dos seguintes passos: (i) identificar que, por ser um polinômio de grau ímpar há, pelo menos, uma raiz real, pois raízes não reais de equações polinomiais com coeficientes reais ocorrem sempre em pares (raiz e seu complexo conjugado); ou assumindo que funções polinomiais reais de grau ímpar sempre assumem valores positivos e valores negativos e, por serem funções contínuas, devem se anular em, pelo menos, um valor real, (ii) avaliar o sinal da função polinomial nos extremos e o sinal da derivada da função ( $f'(x) = 3x^2 - 9$ ) nos intervalos dados.

Observando que  $f'(x) > 0$  para  $x$  no intervalo  $(-4, -3)$  e que  $f(-4) \cdot f(-3) < 0$ , existe uma única raiz da equação polinomial no intervalo  $[-4, -3]$  que é a opção (b).

De acordo com a Tabela 2, o Item 15 foi classificado como difícil (IF=0.276191). A opção de resposta mais assinalada (a) revela que propriedades básicas relacionadas à existência de raízes reais de equações polinomiais, que algumas vezes assumimos como conhecidas, podem não ser do conhecimento dos estudantes.

Na opção (c) tem-se  $f(0) > 0$ ,  $f(-3) > 0$ ,  $f'(x) > 0$  no intervalo  $(-3, -\sqrt{3})$  e  $f'(x) < 0$  no intervalo  $(-\sqrt{3}, 0)$  indicando que não há raízes da equação no intervalo. Na opção (d) tem-se  $f(0) > 0$ ,  $f(5) > 0$ ,  $f'(x) < 0$  no intervalo  $(0, \sqrt{3})$  e  $f'(x) > 0$  no intervalo  $(\sqrt{3}, 5)$ . Como  $f(\sqrt{3}) < 0$ , há duas raízes da equação no intervalo  $[0, 5]$ .

Logo, a importância desse item na avaliação diagnóstica é verificar a aprendizagem de alguns conhecimentos essenciais sobre a existência de zeros de uma função polinomial em um intervalo fechado dado e a interpretação do sinal da derivada neste intervalo, que serão aplicados frequentemente no estudo de zeros de função.

Quanto aos resultados dos estudantes, a Tabela 4 traz a distribuição de frequência das notas na escala de 0 a 10. A menor nota observada foi 2.00 (3 acertos) e a maior foi 8.67 (13 acertos). Já a média e o desvio padrão das notas foram, respectivamente, 5.16 e 1.62.

**Tabela 4.** Distribuição de frequência das notas dos 105 estudantes avaliados.

Nota	Frequência
[ 0.00, 2.00 [	0
[ 2.00, 4.00 [	22

[ 4.00,6.00 [	37
[ 6.00,8.00 [	39
[ 8.00,10.0 ]	7

Fonte: a pesquisa.

### Devolutiva aos estudantes

Ao término do teste, todos os estudantes receberam a devolutiva online, de forma individualizada, com acesso através de *smartphone* ou computador. A Figura 3 mostra os resultados para o estudante, que obteve sua porcentagem de acertos, sua nota e códigos que correspondem diretamente aos itens do DAF-NuM que são mostrados em outro ambiente.

RA	Porcentagem de acertos	Nota*[0.0-10.0]					
■■■■■	66,67	6,94	1	5	11	12	15

**Figura 3.** Recorte da tela da devolutiva online ao estudante. Fonte: a pesquisa.

### Considerações finais

Uma avaliação diagnóstica verifica a presença ou ausência de pré-requisitos necessários para o estudante se inserir numa disciplina de Cálculo Numérico, por exemplo.

Essa pesquisa mostrou que é possível se obter um teste diagnóstico computadorizado altamente informativo para professores e gestores educacionais, evidenciando as habilidades prévias dos estudantes. O DAF-NuM norteou a elaboração do teste, que avaliou objetos de conhecimentos que um estudante de engenharia deve compreender para cursar adequadamente uma disciplina de Cálculo Numérico.

Essa pesquisa revela que é possível elaborar um teste pautado no DAF-NuM, que contribui para se compreender, de fato, as inter-relações entre o conteúdo aprendido em situações e/ou disciplinas anteriores (pré-requisitos) e como esse conteúdo ocorre em outra disciplina.

Enquanto continuidade dessa pesquisa, almeja-se a ampliação do banco de itens e a aplicação com mais estudantes nos semestres subsequentes. Além disso, está sendo desenvolvida uma nova versão computadorizada do teste.

### Referências

ATI (2013). *Item Development and Assessment Construction Guidelines for Common Core State Standards*. Tucson: ATI Publishers.

Brasil. (2010). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Guia de Elaboração e Revisão de Itens*. Brasília: MEC/INEP, 2010.

- Brasil. (2017). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Relatório Síntese de Área, Engenharia*. Brasília: MEC/INEP, 2017.
- Borges, P.A.P. (2016). *Diferenciação de enfoques no ensino de Cálculo Numérico*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016. Anais... São Paulo, 2016.
- Carlson, M. (1998). *A cross-sectional investigation of the development of the function concept*. In: Schoenfeld, A. H.; Kaput, J & Dubinsky, E. (Eds.). *Research in Collegiate Mathematics Education III*. AMS: Providence, p. 114-162.
- Carlson, M.; Jacobs, S.; Coe, E.; Larsen, S. & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352-378.
- Carlson, M.; Madison, B. & West, R. (2015). A study of student's readiness to learn calculus. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1(2), 209–233.
- Carlson, M.; Oehrtman, M.; Engelke, N. (2010). The precalculus concept assessment (PCA) instrument: a tool for assessing reasoning patterns, understandings and knowledge of precalculus level students. *Cognition and Instruction*, 28(2), 113-145.
- Ferraz, A. P. C. M. & Belhot, R. V. (2010). Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. *Gestão & Produção*, 17(2), 421-431.
- Haydt, R. C. (1998). *Avaliação do Processo Ensino-Aprendizagem*. São Paulo: Editora Ática.
- Herbster, A. F & Brito, N. D.(2005). *Labcon: Uma experiência de modernização da disciplina cálculo numérico*. In: XXXIII Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Campina Grande: 2005. Anais..., Campina Grande: ABENGE, 2005.
- Hestenes, D. & Wells, M. (1992). Mechanics baseline test. *The Physics Teacher*, 30(1), 159–169.
- Hestenes, D.; Wells, M. & Swackhamer, G. (1992). Force concept inventory. *The Physics Teacher*, 30(1), 141–158.
- Horvath, G. & Verhoeff, T. (2003). Numerical difficulties in pre-university informatics education and competitions. *Informatics in Education*, 2(1), 21–38.
- Jacquesa, I. B. & Judda, C. J. (1985). Use of microcomputers in teaching numerical mathematics. *Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 16(3), 347–354.
- Miller, A.; Imrie, B. W. & Cox, K. (1998). *Student Assessment, in Higher Education: A Handbook for Assessing Performance*. London: Kogan Page.
- Mota, R. P. (2012). *Ensino de cálculo numérico através de rotinas didáticas em scilab no ambiente web*. In: XXXIV Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Águas de Lindóia: 2012. Anais..., Águas de Lindóia: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, p. 1027-1033.
- Oehrtman, M.; Carlson, M. & Thompson, P. W. (2008). Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' function understanding. In: Carlson, M.; Rasmussen (Eds.). *Making*

*the connection: Research and practice in undergraduate mathematics* (pp. 27-42). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Osterlind, S. J. (1990). Toward a uniform definition of a test item. *Educational Research Quarterly*, 14(3), 2–5.

Osterlind, S. J. (1998). *Constructing Test Items: Multiple-Choice, Constructed-Response, Performance, and Other Formats (Evaluation in Education and Human Services)*. 2nd Edition. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Piton-Gonçalves, J. & Aluísio, S. M. (2015). Teste Adaptativo Computadorizado Multidimensional com propósitos educacionais: princípios e métodos. *Ensaio: aval. pol. públ. Educ.*, Rio de Janeiro, 23(87), 389-414.

Scalise, K. & Gifford, B. (2006). Computer-based assessment in e-learning: A framework for constructing intermediate constraint questions and tasks for technology platforms. *Journal of Technology, Learning and Assessment*, 4(6).

Weinjiang, L.; Dong, N. & Fan, T. (2009). *Application of scilab in teaching of engineering numerical computations*. In: IEEE International Workshop on Open-source Software for Scientific Computation (OSSC), Guiyang, China: 2009. Anais... , Guiyang: IEEE, p. 88-90.